

Dobór funkcji celu w kontekście optymalizacji kształtu wielomianowych krzywych przejściowych

Piotr Woźnica, Krzysztof Zboiński

Kształtowanie kolejowych krzywych przejściowych w podejściu inżynierskim odbywa się zazwyczaj z wykorzystaniem kryteriów wykorzystujących uproszczony model pojazdu, niekiedy sprowadzony do punktu materialnego. Autorzy proponują podejście oryginalne poprzez wykorzystanie zaawansowanego oprogramowania komputerowego. Powstało ono z połączenia modelu symulacyjnego pojazdu, uwzględniającego oddziaływania pojazd-tor i pojazd-pasażer, oraz bibliotecznych procedur optymalizacyjnych. Celem przedstawionych badań było przetestowanie przydatności kilkunastu kryteriów optymalizacyjnych. Każdy krok procesu optymalizacji, aż do znalezienia minimum funkcji celu, wymagał symulacji ruchu pojazdu dla aktualnie testowanego kształtu krzywej. Program wykorzystuje model pojazdu szynowego (wagonu towarowego dwuosowego) wraz z modelem toru oraz uwzględnieniem nieliniowego opisu kontaktu koło-szlina. Wyniki otrzymanych symulacji wykorzystywane są dwójako. Po pierwsze dostarczyły one informacji na temat oddziaływań dynamicznych i zachowania pojazdu w testowanych krzywych przejściowych. Po drugie wyniki symulacji określają, które z 22 funkcji celu przyjętych w procesie optymalizacji krzywych, realnie przyczyniają się do poprawy zachowań dynamicznych pojazdu.

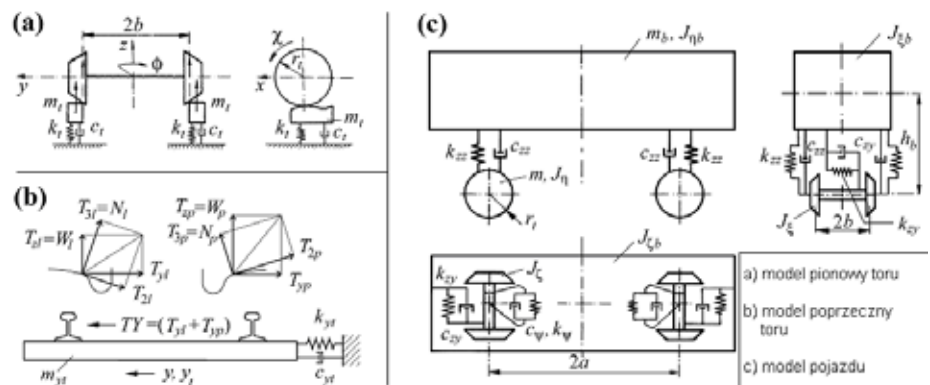
Praca naukowa finansowana ze środków na naukę MNiSW w latach 2009-2011 jako projekt badawczy N N509 403136.



Piotr Woźnica,
Politechnika Warszaw-
ska, Wydział Transportu



Krzysztof Zboiński,
Politechnika Warszaw-
ska, Wydział Transportu



1. Przyjęty model pojazdu

nymi metodami optymalizacji. Na podkreślenie zasługuje to, że optymalizacja własności krzywych przejściowych odbywa się bezpośrednio poprzez optymalizację ich kształtu, a nie ich krzywizny, jak się to robi w innych pracach. Do badań przyjęto rodzinę krzywych wielomianowych dowolnego stopnia, jednak nie mniejszego niż 4.

W swoich badaniach autorzy artykułu poszukują optymalnych kształtów wielomianowych krzywych przejściowych. W trakcie realizacji badań komputerowych uwidoczniła się potrzeba określenia nowych, dodatkowych funkcji celu wykorzystywanych w ocenie własności krzywych przejściowych. Wynika to z tego, że funkcje celu pierwotnie przewidziane do wykorzystania okazały się nie spełniać oczekiwań. Mimo bowiem poprawy (redukcji) ich wartości zachowanie dynamiczne pojazdu uległo pogorszeniu.

Poszukiwanie kształtu kolejowych krzy-

wych przejściowych w tradycyjnym ujęciu odbywa się poprzez przyjęcie kryterium, jakim jest minimalna wartość siły odśrodkowej [4], [8], [11]. Daje to w wyniku krzywe wielomianowe stopnia 5, 7 i 9 o następujących równaniach w płaszczyźnie poziomej:

- krzywa stopnia piątego (krzywa Blossa)

$$y = \frac{1}{R} \left(-\frac{l^5}{10l_o^3} + \frac{l^4}{4l_o^2} \right), \quad (1)$$

- krzywa stopnia siódmego

$$y = \frac{1}{R} \left(\frac{l^7}{7l_o^5} - \frac{l^6}{2l_o^4} + \frac{l^5}{2l_o^3} \right), \quad (2)$$

- krzywa stopnia dziewiątego

$$y = \frac{1}{R} \left(-\frac{5l^9}{18l_o^7} + \frac{5l^8}{4l_o^6} - \frac{2l^7}{l_o^5} + \frac{7l^6}{6l_o^4} \right). \quad (3)$$

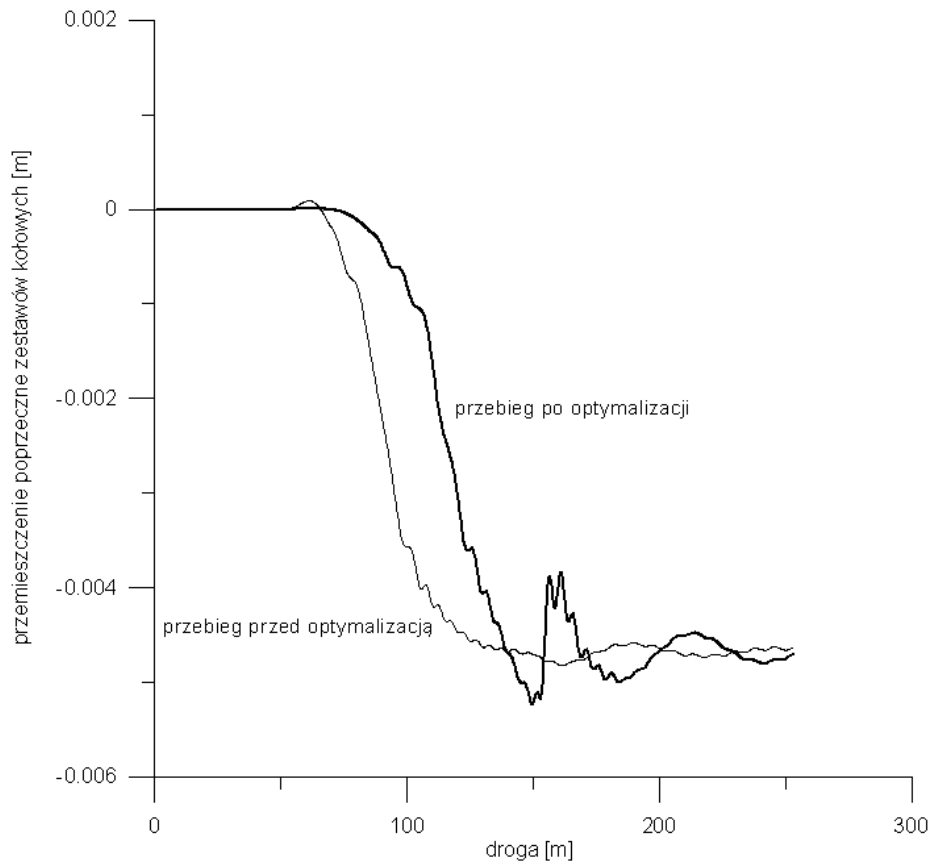
Autorzy artykułu od kilku lat prowadzą badania związane z kształtowaniem kolejowych krzywych przejściowych z wykorzystaniem zaawansowanego modelu dynamiki pojazdu [17-19] oraz metod optymalizacyjnych [13-16]. Inspiracją do tego były prace Baykala i Tarięgo [12], Longa i Weia [10], Kufvera [9], oraz rodzime Koca [4-7], Grabowskiego [1-3] i Kobrynia [8]. Osiągnięte dotąd przez autorów wyniki uznać należy za oryginalne. Autorzy nie znaleźli w literaturze prac, gdzie optymalizowano kształt krzywej przejściowej z wykorzystaniem tak zaawansowanego modelu pojazdu w połączeniu z matematycz-

Wspólną cechą tych krzywych jest symetria pochylenia i prowadząca do wartości maksymalnych w połowie długości krzywej. Bezpośrednim celem badań opisanych w artykule jest zaproponowanie maksymalnie dużej liczby kryteriów optymalizacyjnych i ich przetestowanie oraz selekcja w taki sposób, aby uzyskać funkcje celu przydatne w procesie optymalizacji kształtu krzywych przejściowych. Autorzy mają tu na myśli znalezienie takich kryteriów optymalizacji, które nie dość, że prowadzą do poprawy wartości funkcji celu to również do poprawy własności dynamicznych (zachowania) pojazdu w krzywej przejściowej.

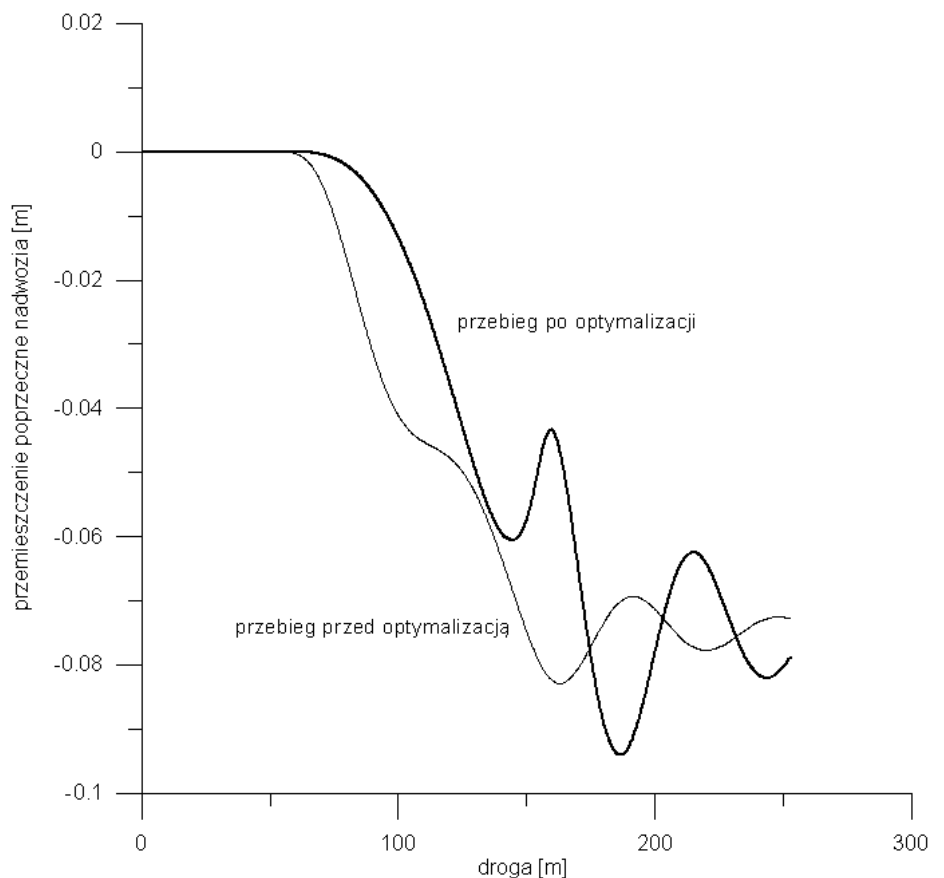
Metoda badawcza i zakres badań

Podstawą w badaniach było przyjęcie 22 funkcji celu, których przydatność została przetestowana w badaniach symulacyjnych. Badania te zostały wykonane z wykorzystaniem programu do symulacji dynamiki pojazdów szynowych typowego dla analiz dynamicznych, uwzględniającego oddziaływania pojazd-tor oraz pojazd-pasażer. Program symulacyjny połączony jest w jedną całość z procedurą optymalizacyjną. W ten sposób wyniki symulacji dynamiki pojazdu w krzywych przejściowych są podstawą obliczania wartości funkcji celu w procesie optymalizacji kształtu krzywych przejściowych [13], [14], [15], [16]. Zmiennymi decyzyjnymi w procesie optymalizacji kształtu są współczynniki wielomianowych krzywych przejściowych. Ze względu na własności dynamiczne poruszającego się po krzywej pojazdu szynowego testowano następujące funkcje celu:

- 1 – znormalizowana po długości drogi wartość sumy kwadratów przemieszczeń poprzecznych zestawów kołowych,
- 2 – znormalizowana po długości drogi wartość sumy kwadratów poślizgów względnych (wzdłużnych i poprzecznych) wszystkich kół,
- 3 – znormalizowana po długości drogi suma kwadratów kątów obrotu zestawów kołowych wokół osi pionowej,
- 4 – znormalizowana po długości drogi suma iloczynów sił kontaktowych stycznych (wzdłużnych i poprzecznych) przez odpowiadające im poślizgi względne dla wszystkich kół,
- 5 – znormalizowana po długości drogi suma iloczynów sił normalnych i wypadkowych poślizgów względnych dla wszystkich kół,
- 6 – znormalizowana po długości drogi suma sił normalnych,
- 7 – znormalizowana po długości drogi suma wartości bezwzględnych przyspieszeń poprzecznych nadwozia i zestawów kołowych,
- 8 – znormalizowana po długości drogi



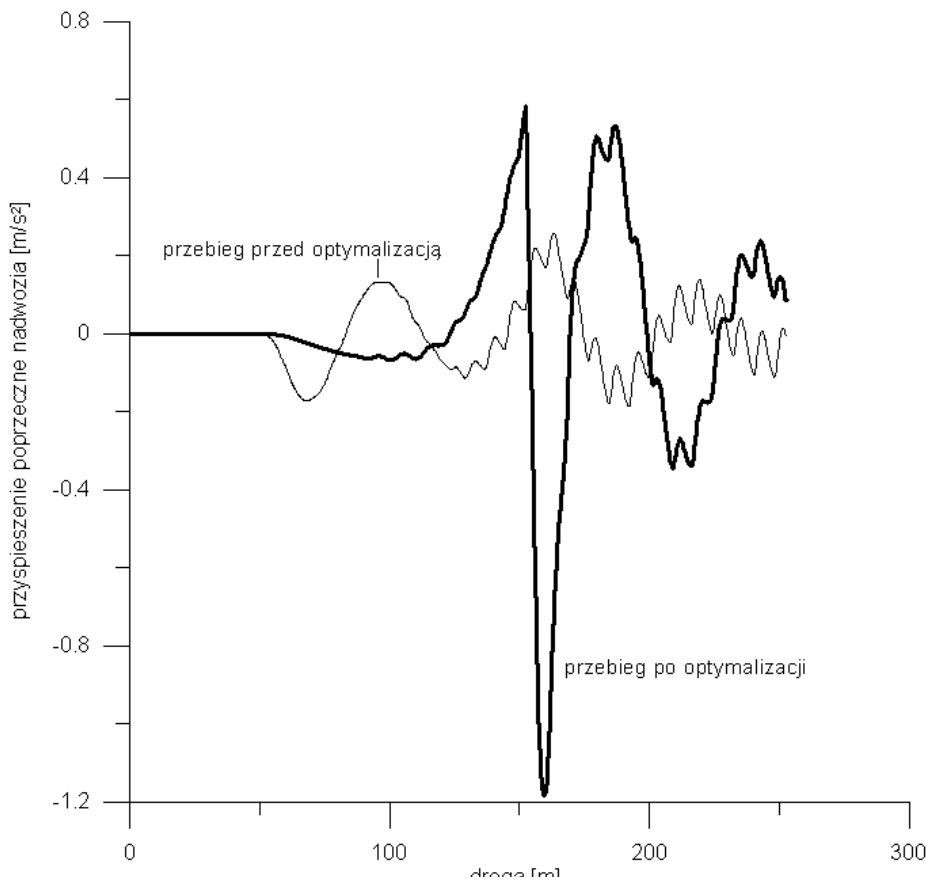
2. Przemieszczenie poprzeczne zestawu kołowego atakującego przy kryterium nr 1



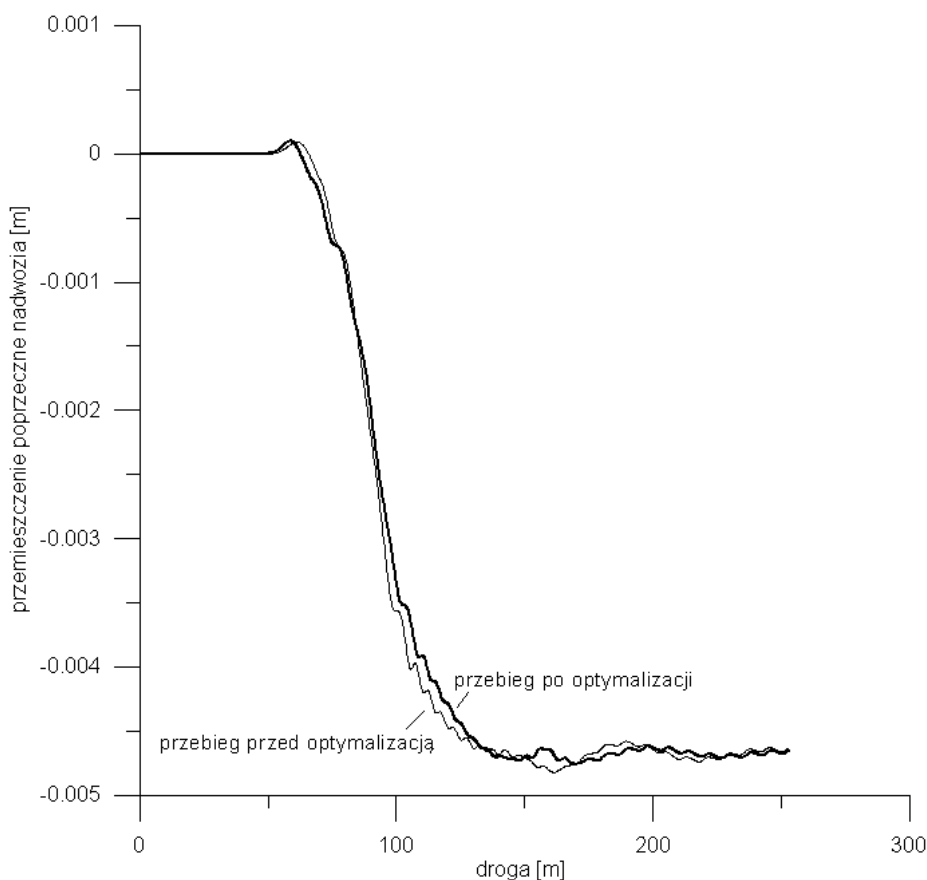
3. Przemieszczenie poprzeczne nadwozia przy kryterium nr 1

suma wartości bezwzględnych przyspieszeń poprzecznych zestawów kołowych,

9 – znormalizowana po długości drogi wartość przyspieszenia poprzecznego nadwozia,



4. Przyspieszenie poprzeczne nadwozia przy kryterium nr 1



5. Przemieszczenie poprzeczne zestawu kołowego atakującego przy kryterium nr 14

10 – znormalizowana po długości drogi wartość siły odśrodkowej nadwozia,

11 – znormalizowana po długości drogi suma wartości bezwzględnych prze-

mieszczów poprzecznych zestawów kołowych,

12 – znormalizowana po długości wartości bezwzględna przemieszczenia poprzecznego nadwozia,

13 – znormalizowana po długości drogi wartość bezwzględnego przyspieszenia zestawów kołowych,

14 – znormalizowana po długości drogi wartość bezwzględna przyspieszenia poprzecznego nadwozia,

15 – maksimum wartości bezwzględnej przemieszczenia poprzecznego nadwozia,

16 – maksimum sumy wartości bezwzględnych przemieszczeń poprzecznych zestawów kołowych,

17 – maksimum sumy iloczynów sił kontaktowych stycznych (wzdłużnych i poprzecznych) przez odpowiednie poślizgi względne dla wszystkich kół,

18 – maksimum wartości bezwzględnej przyspieszenia poprzecznego nadwozia,

19 – maksimum sumy wypadkowych poślizgów względnych dla wszystkich kół,

20 – znormalizowana po długości drogi suma wypadkowych poślizgów względnych dla wszystkich kół.

W badaniach wykorzystano model dwuosioowego wagonu kolejowego. Układ mechaniczny pojazd-tor i reprezentujący go model posiada 18 stopni swobody. Strukturę modelu przedstawiono na rys.1.

Wykorzystano wielomianową krzywą z rampą przechyłową, reprezentowaną równaniami parametrycznymi o postaci:

$$x \equiv l, \quad (4)$$

$$y = \frac{1}{R} \left(\frac{A'_n l^n}{L^{n-2}} + \frac{A'_{n-1} l^{n-1}}{L^{n-3}} + \frac{A'_{n-2} l^{n-2}}{L^{n-4}} + \dots + \frac{A'_5 l^5}{L^2} + \frac{A'_4 l^4}{L} \right), \quad (5)$$

$$z = \frac{H}{2} \left(\frac{n(n-1)A'_n l^{n-2}}{L^{n-2}} + \frac{(n-1)(n-2)A'_{n-1} l^{n-3}}{L^{n-3}} + \dots + \frac{5 \cdot 4 \cdot A'_5 l^3}{L^2} + \frac{4 \cdot 3 \cdot A'_4 l^2}{L} \right). \quad (6)$$

Gdzie: x, y, z - współrzędne krzywej [m],

H - przechyłka na łuku kołowym [m],

l - bieżąca długość krzywej przejściowej (parametr naturalny) [m],

L - całkowita długość krzywej przejściowej [m],

A'_n - współczynniki wielomianu (indeksy ' oznaczają, że wartości współczynników gwarantują należyte wartości krzywizny i przechyłki na końcach krzywej [14], [15], [16]).

W testach dotyczących przydatności funkcji celu wykorzystano krzywą stopnia 9 z 5-cioma wyrazami. Postać współrzędnej y dla tej krzywej jest następująca

$$y = \frac{1}{R} \left(\frac{A'_9 l^9}{L^7} + \frac{A'_8 l^8}{L^6} + \frac{A'_7 l^7}{L^5} + \frac{A'_6 l^6}{L^4} + \frac{A'_5 l^5}{L^3} \right). \quad (7)$$

Jako krzywą wzorcową (punkt początkowy

w procesie optymalizacji) przyjęto krzywą o postaci określonej równaniem (3), przy czym $l_0=L$

$$y = \frac{1}{R} \left(-\frac{5l^8}{18L^7} + \frac{5l^8}{4L^6} - \frac{2l^7}{L^5} + \frac{7l^6}{6L^4} \right) \quad (8)$$

Obie krzywe, (7) i (8), były uzupełnione odpowiednimi równaniami współrzędnych x , z . Współczynniki A'_1, \dots, A'_5 dobrano tak, by spełnione były warunki nałożone na krzywiznę $k(0) \approx y''(0)=0$, $k(0)=1/R$, $k'(0)=0$, $k'(L)=0$. Jako parametry łuku kołowego przyjęto: promień $R=600$ m i przechyłkę $H=0,15$ m oraz stałą długość krzywej przejściowej $L = 102,5$ m.

Spośród 22 testowanych funkcji celu tylko 4 dały wyniki pozytywne, tzn. nastąpiła poprawa dynamiki pojazdu poruszającego się po krzywej, widoczna w postaci przemieszczeń i przyspieszeń poprzecznych nadwozia oraz zestawów kołowych. Wyróżniającymi się w tym kontekście funkcjami celu są: znormalizowana po długości drogi wartość bezwzględna przyspieszenia poprzecznego nadwozia (kryterium 14), maksimum wartości bezwzględnej przemieszczenia poprzecznego nadwozia (kryterium 15), maksimum sumy iloczynów sił kontaktowych stycznych (wzdłużnych i poprzecznych) przez odpowiednie poślizgi względne dla wszystkich kół (kryterium 17) oraz maksimum sumy wypadkowych poślizgów względnych dla wszystkich kół (kryterium 19). Dwie z nich, kolejno dla kryterium 1 i 14, przedstawiono poniżej:

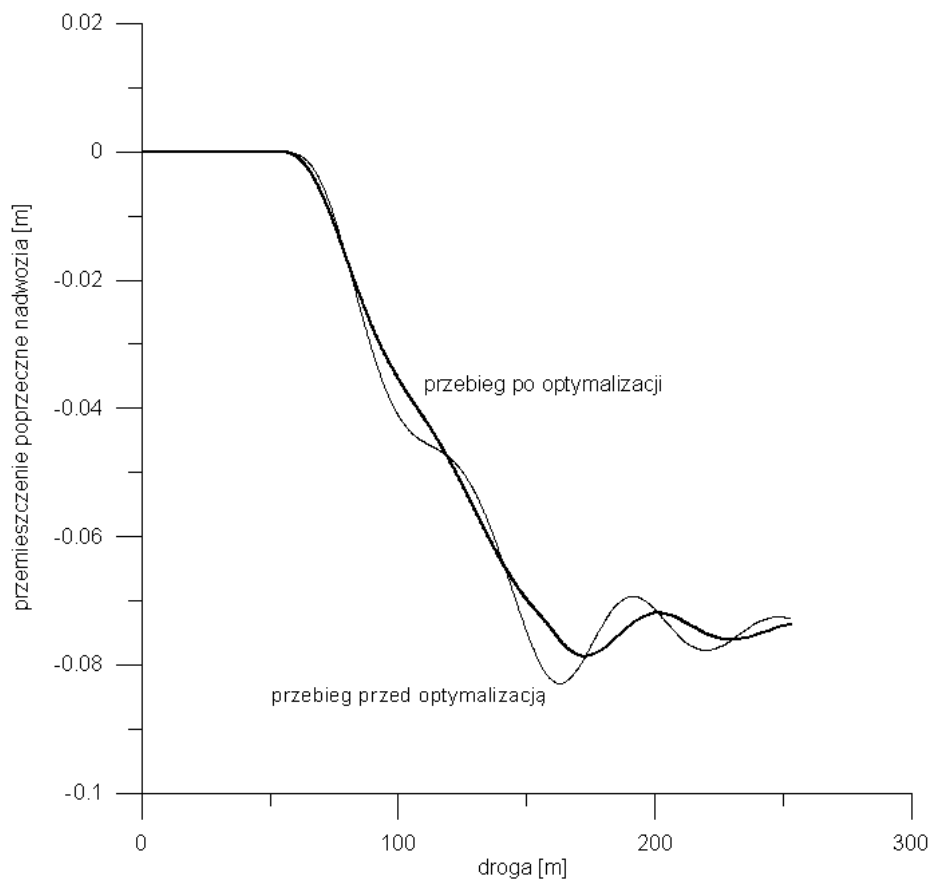
$$Q_{F_1} = L_C \int_0^{L_C} (\dot{y}_b^2 + \ddot{y}_b^2) dt, \quad (9)$$

$$Q_{F_{14}} = L_C \int_0^{L_C} |\ddot{y}_b| dt, \quad (10)$$

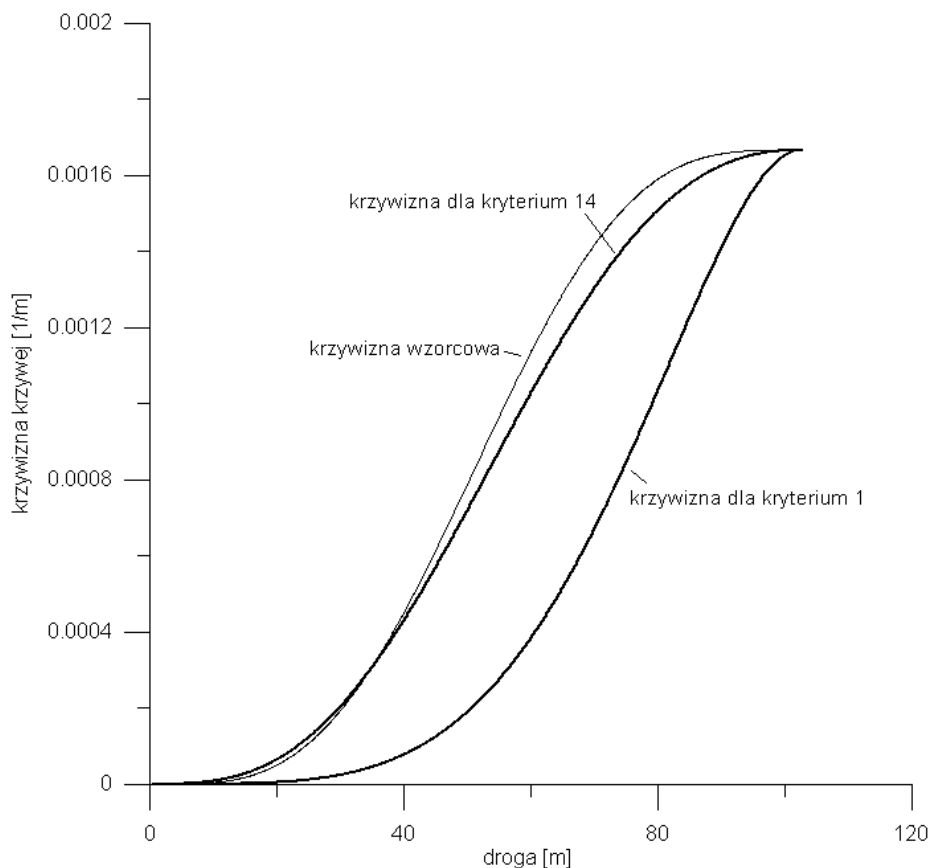
gdzie: L_C - długość całkowita krzywej przejściowej (lub odcinka drogi).

Zestawienie wyników analizy przydatności wszystkich funkcji celu przedstawiono w tabeli 1. Symbole y_b i \ddot{y}_b tam występujące oznaczają przemieszczenie i przyspieszenie poprzeczne nadwozia wagonu. Długość odcinka prostego przed krzywą przejściową wynosiła 50 m. Odcinek ten przy obliczaniu funkcji celu pominięto. Wyjątkiem jest kryterium 1 oznaczone jako STP, gdzie pominięto odcinek o długości 75 m. Długość łuku kołowego wynosiła 100 m. Tylko przy zastosowaniu kryterium 10c była inna i równa 3,5 m. Wyniki dla łuku kołowego uwzględniono w obliczeniach funkcji celu. Plus i minus w kolumnach TAK i NIE oznaczają, że dla danego kryterium następuje poprawa dynamiki pojazdu lub – odpowiednio - nie następuje.

Oprócz zbiorczego przedstawienia wyników w tabeli 1, rysunki 2-6 reprezentują przykłady wyników symulacji dynamiki pojazdu. Rysunek 7 przedstawia wyniki procesu optymalizacji kształtu krzywej dla funkcji celu 1 i 14 (reprezentowany przez krzywizny). Oś



6. Przemieszczenie poprzeczne nadwozia przy kryterium nr 14



7. Krzywizna krzywej przejściowej po optymalizacji przy kryterium nr 1 i 14

odciętych to bieżąca długość krzywej mierzona w metrach. Oś rzędnych dla rysunków 2-6 to przemieszczenia i przyspieszenia. Rysunki obejmują wybrane charakterystyki dynamiczne tylko dla wybranych kryteriów – 1 (gdy optymalizacja nie dała zadowalającego rezultatu) oraz 14 (krzywe po optymalizacji o własnościach lepszych od wzorcowych).

Zamieszczone wykresy (rys. 2-7) pokazują, jak kształtują się przemieszczenia i przyspieszenia środka masy nadwozia wagonu oraz zestawów kołowych. Linią cienką (jasno szarą) oznaczono przebieg wzorcowy. Widać wyraźną poprawę dla kryterium 14. Przebiegi dla pozostałych kryteriów, gdy optymalizacja się powiodła (kryteria 15, 17, 19) i nie powiodła (kryteria pozostałe) są podobne do pokazanych.

Wnioski

Praca potwierdziła możliwość optymalizacji kształtu kolejowych krzywych przejściowych za pomocą narzędzia numerycznego zbudowanego przez autorów. Uzyskane wyniki optymalizacji kształtu prowadzą do krzywych odmiennych od uzyskanych tradycyjnymi metodami. Może to w przyszłości prowadzić do lepszych własności dynamicznych kolejowych krzywych przejściowych. Przykładowo, optymalną krzywą przy kryterium 14 opisuje w planie równanie:

$$y = \frac{1}{R} \left(-0,2716127 \frac{L^6}{L^6} + 1,24989823 \frac{L^6}{L^6} - 0,18385611 \frac{L^6}{L^6} + 0,436183716 \frac{L^6}{L^6} + 0,8447132 \frac{L^6}{L^6} \right), \quad (11)$$

przy kryterium 1 zaś

$$y = \frac{1}{R} \left(-0,965991643 \frac{L^6}{L^6} + 0,847507742 \frac{L^6}{L^6} - 1,8658359 \frac{L^6}{L^6} + 3,16497356 \frac{L^6}{L^6} \right). \quad (12)$$

Praca pokazuje, jak ważnym problemem w optymalizacji kształtu krzywych przejściowych jest właściwe przyjęcie funkcji celu. Przy ich niewłaściwym doborze, mimo minimalizacji funkcji celu, nie następuje poprawa kluczowych dla oceny krzywych przejściowych własności dynamicznych układu. I tak dla kryterium numer 1, mimo poprawy funkcji celu, nastąpiło pogorszenie dynamiki pojazdu (rys. 3-4). Dla kryterium 14 nastąpiło poprawienie nie tylko wartości funkcji celu (rys. 5), ale także własności dynamicznych nadwozia (rys. 6). Pogorszyły się tu nieco własności dynamiczne dotyczące zestawów kołowych.

Z punktu widzenia podstawowego celu jaki spełniać powinny krzywe przejściowe, można to jednak uznać za akceptowalne. Z punktu widzenia komfortu jazdy pasażera najważniejsza jest bowiem dynamika nadwozia pojazdu. ◀

Materiały źródłowe:

- [1] Grabowski R., Optymalizacja krzywych przejściowych przystosowanych dla dużych prędkości, Warszawa, Drogownictwo, nr 3, str. 70-76, 1973.
- [2] Grabowski R., Gładkie przejścia krzywoliniowe w drogach kołowych i kolejowych, Zeszyty Naukowe AGH – Geodezja, Kraków, 1984.
- [3] Grabowski R. Kształtowanie geometryczne krzywych przejściowych w drogach kołowych, kolejowych i trasach wodnych, Wydawnictwa Politechniki Białostockiej, Białystok, 1996.
- [4] Koc W., Krzywe przejściowe z nieliniowymi rampami przechyłkowymi w warunkach eksploatacyjnych PKP, Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej – Budownictwo Lądowe, 47, 1990.
- [5] Koc W., Mieloszyk E., Analiza porównawcza wybranych krzywych przejściowych z wykorzystaniem modelu dynamicznego, Archives of Civil Engineering, 33(2), 239-261, 1987.
- [6] Koc W., Uwagi o gładkich krzywych przejściowych, Drogi Kolejowe 4-5, 1989, Warszawa.
- [7] Koc W., Radomski R., Analiza krzywych przejściowych z nieliniowymi rampami przechyłowymi, Drogi Kolejowe 11, 1985.
- [8] Kobryń A., Nowe typy krzywych przejściowych do definiowania tras komunikacyjnych, Drogownictwo, 3, 2008, Warszawa.
- [9] Kuvfer B., "Optimization of Horizontal Alignments for Railway – Procedure Involving Evaluation of Dynamic Vehicle Response", Ph.D. Thesis, Royal Institute of Technology, Stockholm, 2000.
- [10] Long X.Y., Wei Q.C., Zheng F.Y., "Dynamic Analysis of Railway Transition Curves", Proc IMechE, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, 224(1), 2010, DOI 10.1243/09544097JRR287.
- [11] Pawłowicz I., Optymalizacja linii przejściowych w zastosowaniach geodezyjnych, Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej nr 13, Geodezja, 1974.
- [12] Tari E., Baykal O., "A New Transition Curve with Enhanced Properties", Canadian Journal of Civil Engineering, 32(5), 913-923, 2005.
- [13] Woźnica P., Zboiński K.: Koncepcja oceny i kształtowania kolejowych krzywych przejściowych z wykorzystaniem pełnego modelu dynamicznego pojazdu, SITK, Przegląd Komunikacyjny nr 9/10, Kraków 2009.
- [14] Zboiński K., Woźnica P.: Formation of Railway Transition Curves based on Advanced Dynamic Vehicle Models, in B.H.V. Topping, J.M. Adam, F.J. Pallares, R. Bru, M.L. Romero (Editors), Proceedings of the Tenth International Conference on Computational Structures Technology, Civil Comp Press, Stirlingshire, paper 6, 2010, doi:10.10.4203/ccp.936.
- [15] Zboiński K., Woźnica P.: Wykorzystanie zaawansowanego modelu dynamicznego pojazdu w optymalizacji kształtu kolejowych krzywych przejściowych. ILiM, Logistyka nr 4, Poznań, 2010, referat na dołączonej płycie CD.
- [16] Zboiński K., Woźnica P.: Optimisation of the Railway Transition Curves' Shape with Use of Vehicle-Track Dynamical Model, The Ar-

Tab.1. Testowane funkcje celu

Funkcja celu	TAK	NIE	UWAGI
1		-	Kryterium potwierdzone negatywnie poprzez y_b i \ddot{y}_b
1 STP 75		-	Kryterium potwierdzone negatywnie poprzez y_b i \ddot{y}_b
2		+ -	Wynik podobny, potwierdzone negatywnie poprzez \ddot{y}_b
3		+ -	Wynik podobny, potwierdzone negatywnie poprzez \ddot{y}_b
4		+ -	Wynik podobny, potwierdzone negatywnie poprzez \ddot{y}_b
5		- + -	Kryterium potwierdzone negatywnie poprzez y_b i \ddot{y}_b
6		+ -	Kryterium potwierdzone negatywnie poprzez y_b i \ddot{y}_b
7		+ -	Wynik podobny, potwierdzone negatywnie poprzez \ddot{y}_b
8		- + -	Kryterium potwierdzone negatywnie poprzez y_b i \ddot{y}_b
9		-	Wynik podobny, potwierdzone negatywnie poprzez \ddot{y}_b
10		-	Kryterium potwierdzone negatywnie poprzez y_b i \ddot{y}_b
10c		-	Kryterium potwierdzone negatywnie poprzez y_b i \ddot{y}_b
11		-	Kryterium potwierdzone negatywnie poprzez y_b i \ddot{y}_b
12		-	Kryterium potwierdzone negatywnie poprzez y_b i \ddot{y}_b
13		-	Kryterium potwierdzone negatywnie poprzez y_b i \ddot{y}_b
14	+		Kryterium potwierdzone poprzez y_b i \ddot{y}_b
15	+		Kryterium potwierdzone poprzez y_b i \ddot{y}_b
16		-	Kryterium potwierdzone negatywnie poprzez y_b i \ddot{y}_b
17	+		Kryterium potwierdzone poprzez y_b i \ddot{y}_b
18			Kryterium potwierdzone negatywnie poprzez y_b i \ddot{y}_b
19	+		Kryterium potwierdzone poprzez y_b i \ddot{y}_b
20		-	Kryterium potwierdzone negatywnie poprzez y_b i \ddot{y}_b

chives of Transport, vol. 22, issue 3, Warsaw 2010.

- [17] Zboiński K., "Numerical Studies on Railway Vehicle Response to Transition Curves with Regard to Their Different Shape", Archives of Civil Engineering, XLIV(2), 151-181, 1998.
- [18] Zboiński, K. "Railway Vehicle-Track Model in Its General Conception", in "Advanced Railway Vehicle System Dynamics", J. Kisilowski, K. Knothe, (Editors), WNT – Science and Technology Publishers, Warsaw, Poland, 29-56, 1991.
- [19] Zboiński K., "Numerical and traditional modelling of dynamics of multi-body system in type of a railway vehicle", Archives of Transport, 16(3), 81-106, 2004.