

Badania aerodynamiczne lokomotyw a termodynamika układu koło kolejowe – klocek hamulcowy

Marek Sitarz, Adam Mańka

W artykule przedstawiono podstawy aerodynamiki pojazdów szynowych w uproszczonym, autorskim ujęciu, które w sposób ilościowy obrazuje układ obciążeń działających na skład pociągu w trakcie ruchu.

W artykule wskazano na zakresy prac prowadzonych w ramach aerodynamiki pojazdów szynowych oraz omówiono jej specyficzne wykorzystanie dla określenia intensywności oddawania ciepła generowanego w trakcie hamowania do otoczenia z układu koło kolejowe – klocek hamulcowy (KKH).

Uzyskany w ten sposób rozkład współczynnika konwekcji jest podstawową wielkością niezbędną do wykorzystania w trakcie modelowania wszelkich zjawisk termicznych w układzie KKH. W ramach publikacji przedstawiono również wyniki rozkładu prędkości strugi powietrza dla hamowania lokomotywą EU07 z prędkości 100 km/h.

Artykuł recenzowany zgodnie z wytycznymi MNiSW data zgłoszenia do redakcji: 31.03.2012 data akceptacji do druku: 14.05.2012



prof. dr hab. inż.
Marek Sitarz
Katedra Transportu
Szynowego Politechniki
Śląska
marek.sitarz@polsl.pl



dr inż. Adam Mańka
Katedra Transportu
Szynowego Politechniki
Śląska
adam.manka@polsl.pl

Dynamiczny rozwój transportu szynowego na świecie oraz silna tendencja zmierzająca ku redukcji kosztów eksploatacji przy zachowaniu należytego bezpieczeństwa, zmusza konstruktorów do poszukiwania nowych rozwiązań technicznych, które sprostały by tym wymaganiom. Prace związane z aerodynamiką w transporcie szynowym prowadzone są od dawna, a wybitnym przykładem nowatorstwa w tej dziedzinie jest lokomotywa PM 36 o konstrukcji opracowanej przez profesora Xięzopolskiego i elementach zmniejszających opory aerodynamiczne opracowanych przez profesora Zembrzuskiego. Ta bardzo nowatorska, jak na 1936 rok, pośpieszna lokomotywa parowa (Polsce przyznano złoty medal za ten parowóz w 1937 r. na Międzynarodowej Wystawie Sztuki i Techniki w Paryżu) o "aerodynamicznym kształcie" była zaprojektowana dla prędkości do 140 km/h i posiadała o 48% mniejszy opór aerodynamiczny w porównaniu do wersji klasycznej.



1. Wizualizacja lokomotywy parowej Pm 36 [3]

Obecnie, w wyniku rozwoju metod numerycznych w obliczeniach inżynierskich (MES, MEB, CFD), aerodynamiką pojazdów szynowych zajmują się w Polsce różne ośrodki, w tym Katedra Transportu Szynowego Politechniki Śląskiej jednak wiodącą rolę stanowią nadal prace badawcze i analityczne realizowane pod kierunkiem profesora W. Gąsowskiego [1].

Uproszczona, autorska interpretacja oporów aerodynamicznych w transporcie szynowym

Złożony charakter opisu matematycznego przepływu powietrza w otoczeniu badanych elementów, w których bazuje się na równaniach Naviera-Stokesa powoduje, że niewiele zagadnień związanych z aerodynamiką można rozwiązać w sposób analityczny bez wprowadzenia szeregu uproszczeń. Na dowód skali trudności w analitycznym podejściu do aerodynamiki można przedstawić fakt, że w 2000 roku Instytut Matematyczny Claya ogłosił równania Naviera-Stokesa jednym z siedmiu problemów milenijnych matematyki i zaofiarował 1 000 000 dolarów nagrody za podanie rozwiązania lub kontrprzykładu [4].

Dlatego też, dla poglądowego, ale nie tylko jakościowego, a również ilościowego przedstawienia, w jaki sposób powietrze oddziałuje na jadący pojazd, autorzy artykułu proponują podejście mechaniczne, mając oczywiście świadomość uproszczeń czynionych w ten sposób. Bazując na gęstości (suchego) powietrza, które w temperaturze 25°C i przy ciśnieniu 100 kPa ma wartość $\rho = 1,168 \text{ kg/m}^3$ można myślowo zastąpić "wycinek powietrza" o wymiarach 1x1x1 metra ciężarkiem o masie 1,168 kg "zawieszonym" w środku modelowego sześcianu – rys. 2.

Takie przedstawienie oporów ruchu, mimo iż dalekie od rozważań akademickich, pomaga w ilościowym określeniu sił działających na czoło pojazdu szynowego w trakcie ruchu. Jak widać na przedstawionym rys. 3 wprawienie i utrzymanie pojazdu w ruchu wymagania ciągłej konieczności pokonywania przez pojazd sił wynikających z potrzeby "odsuwania" mas powietrza z przekroju pojazdu. Jednocześnie, jak przedstawiono to na rys. 4, ukształtowanie czoła składu ma zasadniczy wpływ na rozkład siły aerodynamicznej na wartości składowej nazywanej oporami aerodynamicznymi ruchu Cxc oraz siły docisku pojazdu do szyn podczas jazdy. Należy jednak w tym momencie zaznaczyć, że na opory aerodynamiczne ruchu opisują-

wane współczynnikiem C_x składają się zawsze dwie składowe, z których jedna wynika z różnicy ciśnień i ukształtowania czoła składu C_{xc} , a druga składowa ma zasadnicze znaczenie w ciałach podłużnych, w tym w pociągu, w którym tarcie lepkie C_{xt} może powodować większe opory ruchu niż same C_{xc} . Tą składową oporów ruchu pociągu przedstawiono na rys. 4.

Dlatego też mówiąc o oporach ruchu, szczególnie w transporcie szynowym, należy mieć na uwadze fakt, że całkowity opór ruchu stanowi sumę składowej ciśnienia (wynikającej z kształtu czoła i końca składu) oraz składowej tarcia lepkiego powietrza o ściany zewnętrzne pojazdu $C_x = C_{xc} + C_{xt}$. Na podstawie prowadzonych doświadczeń stwierdzono, że optymalny współczynnik wydłużenia wynosi 3 [-] – rys. 5.

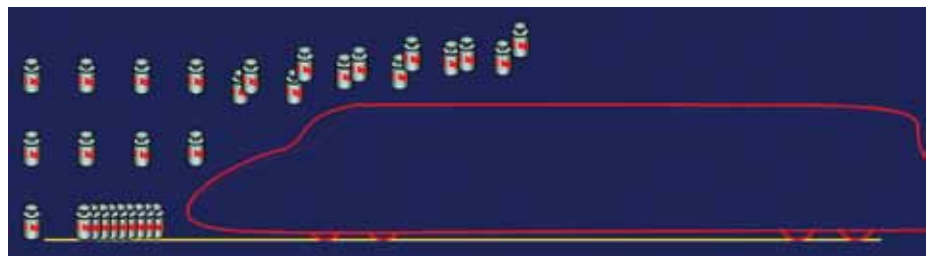
Należy w tym miejscu zaznaczyć, że projektując skład pociągu szybkiego należy z równie dużą starannością zaprojektować czoło składu, jak i koniec. Wynika to z faktu tworzenia się podciśnienia na tylnej ścianie pociągu, które to powoduje siłę hamującą proporcjonalną do wartości ciśnienia i powierzchni, na którą działa.

Różnice w geometrii czoła i końca pociągu w nowoczesnych konstrukcjach pociągów szybkich mają już znaczenie estetyczne i nie mają większego wpływu na i tak bardzo niskie wartości składowej kształtu oporu ruchu C_{xc} . Istotne natomiast jest ukształtowanie dalszej części pociągu w tym osłonięcie odbieraków prądu, wózków jezdnych itp. Równie ważnym czynnikiem wpływającym w sposób zasadniczy na opory ruchu, a tym samym na wytracaną bezproduktywnie energię jest opór "tarcia" powietrza o powierzchnie boczne pociągu – C_{xt} . Co ciekawe, projektowanie i wytwarzanie pojazdów o powierzchni z małym współczynnikiem tarcia ma znaczenie nie tylko estetyczne, ale również jest uzasadnione ekonomicznie, tak samo zresztą jak opłacalne jest mycie tych powierzchni pociągu maksymalnie co dwa dni robocze (TGV i inne koleje szybkie).

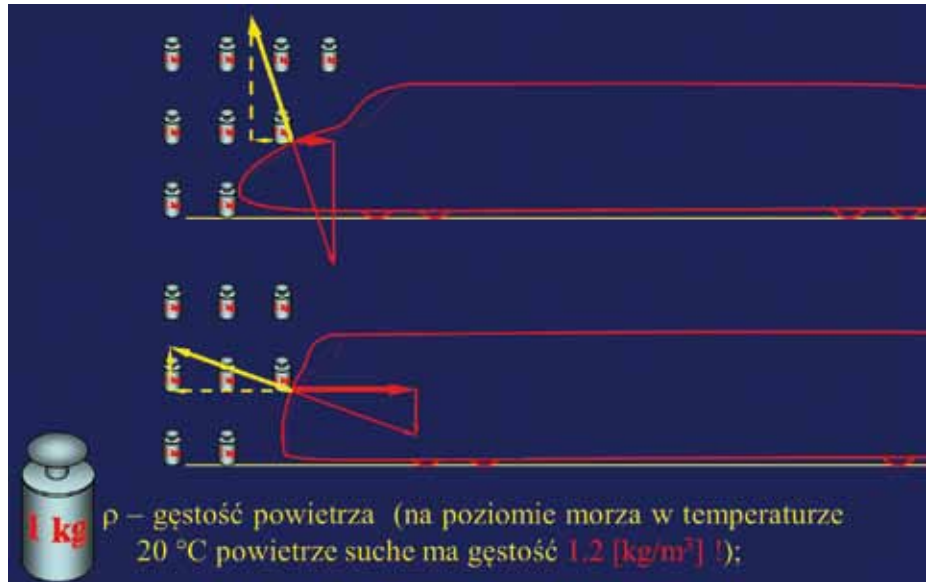
Zakłada się, że analiza zjawisk aerodynamicznych i optymalizacja kształtu i powierzchni pociągu ma znaczenie dla pojazdów których prędkość przekracza 120 km/h. Należy tu zaznaczyć, że dla prędkości do 60 km/h udział oporów aerodynamicznych jest pomijalny, dla prędkości do 120 km/h stanowi on już od 20-30% oporów ruchu, natomiast dla 200 km/h opory te wzrastają do 80% całkowitych oporów ruchu [1].

Związek aerodynamiki z termodynamiką w transporcie szynowym

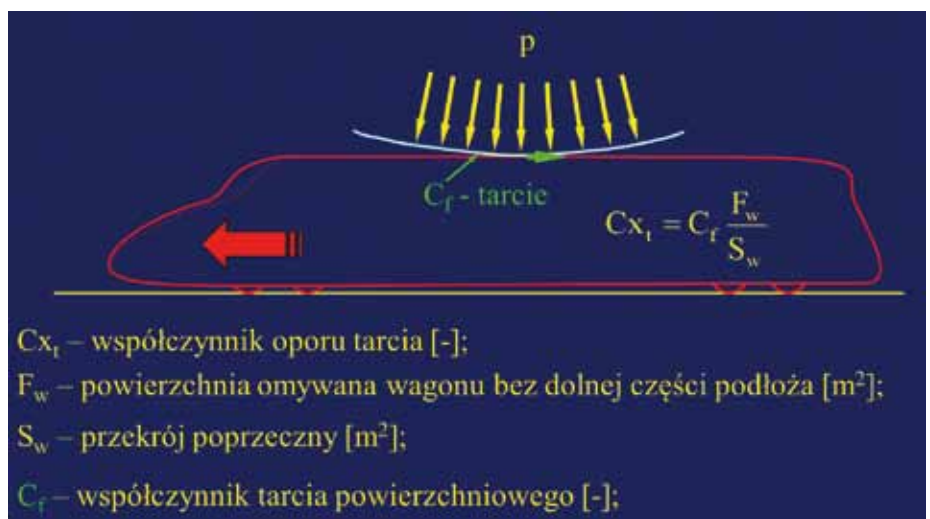
Wspomniane wcześniej prace miały na celu wyznaczenie, a w zasadzie optymalizację geometrii konstrukcji pojazdów szynowych w celu minimalizacji oporów aerodynamicz-



2. Interpretacja fizyczna oporów aerodynamicznych C_{xc}



3. Interpretacja fizyczna oporów aerodynamicznych – C_{xc} – składowa ciśnienia (kształtu) czoła składu



4. Interpretacja fizyczna oporów aerodynamicznych C_{xt} – tarcie lepkie

nych lub odpowiednim kształtowaniu proporcji pomiędzy ich składowymi - analogicznie jak dla pojazdów wyścigowych, co zostało omówione już w poprzednim rozdziale. Dla przedstawienia związku pomiędzy aerodynamiką a układem koło kolejowe – klocek hamulcowy (KKH), można wstępnie powiedzieć, że uzyskany na drodze badań aerodynamicznych rozkład prędkości strugi powietrza ma zasadnicze znaczenie dla określenia intensywności chłodzenia układu KKH.

Aerodynamika to dział fizyki a konkretnie mechaniki płynów, w ramach którego bada się i analizuje parametry przepływu powietrza (generalnie gazów) w otoczeniu ciała

stałego i odwrotnie. Jednocześnie przepływ (stan) powietrza jest również przedmiotem zainteresowania termodynamiki, która taki układ termodynamiczny opisuje poprzez znajomość: ciśnienia (opór aerodynamiczny to siła wynikająca z różnicy ciśnień działających na powierzchnię); prędkości strugi powietrza (zmiany gęstości i objętości strugi) oraz temperatury. Powyższe wielkości pozwalają na opis termomechaniczny otoczenia badanego układu.

Analiza przepływu powietrza wokół pojazdu szynowego i jego elementów, oprócz aerodynamicznych oporów ruchu pozwala również na wyznaczenie rozkładu prędkości

strugi powietrza, która z kolei pozwoliła autorom na doświadczalne i numeryczne wyznaczenie rozkładu współczynnika konwekcji w układzie koło kolejowe – klocek hamulcowy (KKH).

To nietypowe wykorzystanie aerodynamiki do wyznaczenia intensywności chłodzenia układu KKH pozwoliło autorom na przeprowadzenie bilansu energetycznego hamowania pociągu, a co za tym idzie precyzyjne wyznaczenie ilości ciepła, która jest generowana w trakcie hamowania w strefie styku koła i klocka hamulcowego i jest przewodzona przez elementy konstrukcji, a następnie oddawana do otoczenia poprzez konwekcję i radiację.

Badania aerodynamiki otoczenia koła kolejowego i klocka hamulcowego

Jak już wspomniano wcześniej przeprowadzenie badań aerodynamiki otoczenia układu KKH nie ma na celu określenia oporu aerodynamicznego wytwarzanego przez te elementy konstrukcji, ale pozwala na uzyskanie rozkładu prędkości przepływu powietrza wokół koła i klocka hamulcowego, co z kolei umożliwi określenie rozkładu współczynnika konwekcji na powierzchniach tych elementów.

Wyznaczenie rozkładu współczynnika konwekcji dla koła kolejowego i wstawki hamulcowej (oraz obsady) jest elementem niezbędnym do dalszych prac związanych z modelowaniem i prowadzeniem obliczeń kół kolejowych.

Źródła literaturowe nie podają wartości współczynnika konwekcji α [W/m²K] dla wstawek wykonanych z żeliwa P10, a tym bardziej dla wstawek hamulcowych wykonanych z nowych materiałów kompozytowych czy spieków. Trudno zatem uwzględnić w modelu numerycznym tę wielkość (dla analizy przepływu ciepła i wynikających z nich naprężeń konwekcja jest czynnikiem wiodącym), nie mówiąc już o uwzględnieniu wpływu prędkości strugi powietrza i temperatury na wartości współczynnika konwekcji. Brak precyzyjnie wyznaczonego rozkładu współczynnika konwekcji dla układu KKH, a w szczególności dla koła kolejowego, jest jednym z powodów otrzymywania bardzo dużych rozbieżności pomiędzy wynikami analizy numerycznej MES rozkładu temperatury i naprężeń a wynikami badań doświadczalnych.

Brak rzetelnych danych dotyczących warunków brzegowych, a w szczególności wartości współczynnika konwekcji, który jest elementem decydującym o wartościach maksymalnych temperatury i jej rozkładzie, uniemożliwia uzyskanie wiarygodnych wyników obliczeń numerycznych i symulacji.

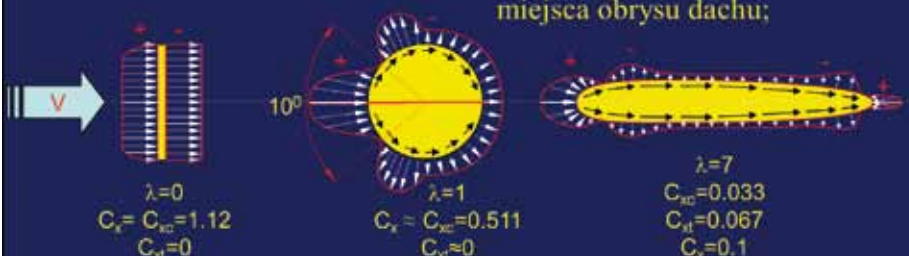
Wyznaczenie wartości współczynnika konwekcji w funkcji prędkości strugi powietrza i temperatury zwiększa uniwersalność zastosowania uzyskanych wyników badań,

Współczynnik wydłużenia ciała λ :

$$\lambda = \frac{L}{D}$$

$$\lambda = \frac{L}{\sqrt{\frac{S}{\pi}}}$$

L – długość ciała [m];
D – średnica ciała [m];
S – powierzchnia maksymalnego przekroju ciała [m²]. Dla pojazdów szynowych za wysokość bierze się odległość od głowki szyny do najwyższego miejsca obrysu dachu;



5. Interpretacja współczynników aerodynamicznych



6. Widok lokomotywy EU-07 w czasie montażu czujników do badań aerodynamicznych



7. Widok rozmieszczenia czujników prędkości powietrza w otoczeniu układu KKH

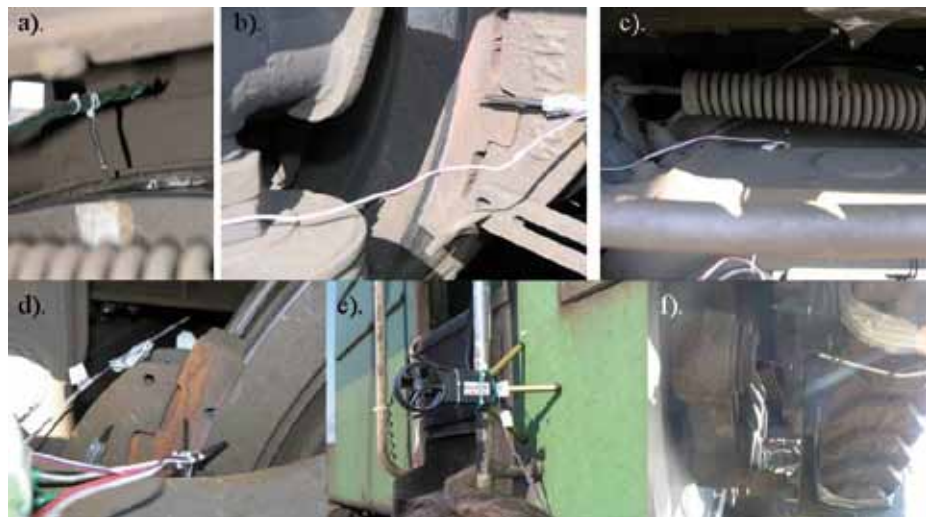
natomiast wyznaczenie dodatkowo rozkładu prędkości strugi powietrza wokół pojazdu szynowego (w tym przypadku lokomotywy EU07) pozwala na bezpośrednią aplikację uzyskanych wyników badań dla badanego modelu. Należy jednak zaznaczyć, że prędkości wyznaczone w poszczególnych miejscach otoczenia układu KKH znacznie różnią się od prędkości ruchu lokomotywy. Zależność ta jest istotna dla budowy modeli numerycznych, w których nie można przyjąć wartości współczynnika konwekcji dla prędkości lokomotywy, lecz dla prędkości powietrza opływającego modelowaną powierzchnię. Jest to szczególnie ważne podczas modelowania elementów lokomotyw, gdzie przepływ powietrza wokół układu KKH jest znacznie wolniejszy niż w wagonach (szczególnie towarowych), w których struga powietrza działa bezpośrednio na ten układ. Dlatego też podczas analizy i modelowania przepływu ciepła w układzie KKH należy wziąć pod uwagę rodzaj pojazdu, a najlepiej wyznaczyć dla niego rozkład prędkości strugi powietrza i dopiero dla tak wyznaczonych prędkości strugi powietrza, określać wartości współczynnika konwekcji.

Należy więc wyraźnie oddzielić dwa etapy badań: pierwszy etap wyznaczania współczynnika konwekcji dla całego zakresu prędkości strugi powietrza i temperatury powierzchni próbki oraz drugi, w którym wyznaczana jest rzeczywista prędkość strugi powietrza w różnych punktach otoczenia układu KKH w funkcji prędkości ruchu pojazdu.

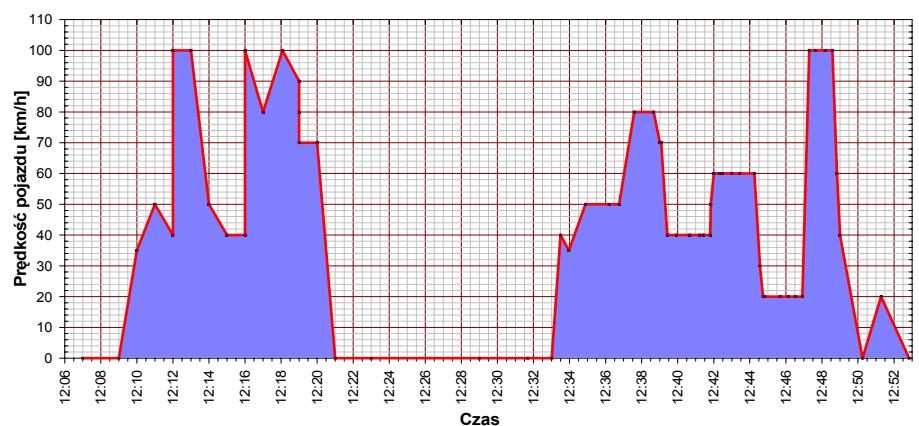
Wynika stąd, że do modelu numerycznego należy w pierwszej kolejności określić prędkość modelowanego pojazdu, następnie określić chwilową prędkość strugi powietrza w otoczeniu wszystkich modelowanych powierzchni, a dopiero po tym przypisać dla tych powierzchni wartości współczynnika konwekcji. Istnieje możliwość uwzględnienia również temperatury powierzchni (np. na podstawie wyników z wcześniejszego kroku analizy przepływu ciepła), jednak wpływ temperatury powierzchni ciała na wartość współczynnika konwekcji jest znacznie mniejszy niż wpływ prędkości strugi powietrza.

Ze względu na brak możliwości zakupu czujników, które pozwoliłyby na pomiar prędkości strugi powietrza w otoczeniu badanych elementów lokomotywy, opracowano i wykonano czujniki rezystancyjne, które następnie poddano wzorcowaniu w tunelu aerodynamicznym. Czujniki te wykonano jako połączenie termopar podłączonych do systemu pomiarowego, których zadaniem był pomiar spadku temperatury w wyniku chłodzenia czujnika przez strugę powietrza, oraz rezystora, który nagrzewany był przez płynący przez niego prąd (rys. 5 ÷ 8).

Wykonanie w ten sposób czujników pozwoliło na ich umieszczenie w pobliżu ba-

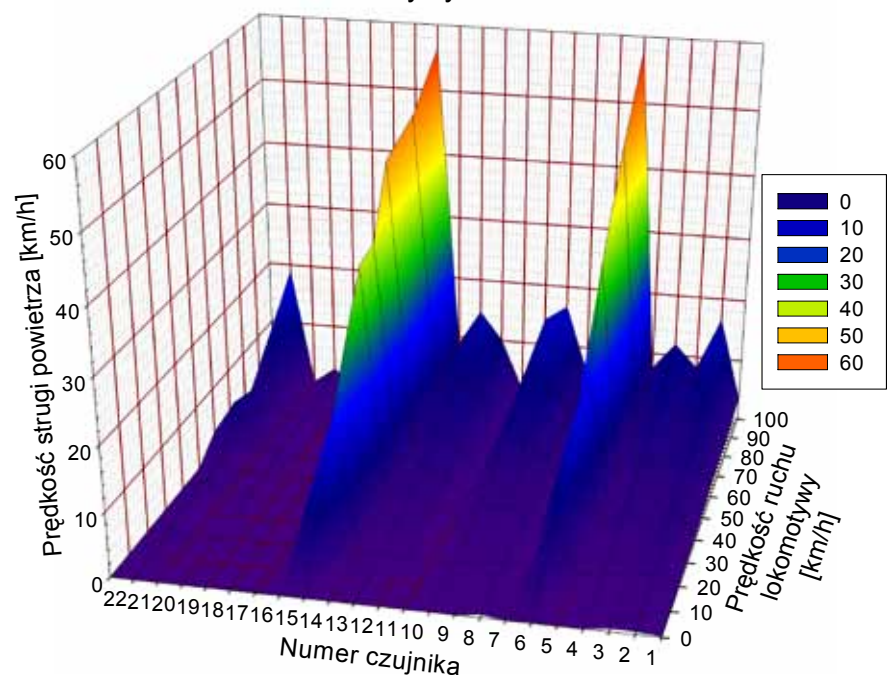


8. Widok czujników umieszczonych w otoczeniu układu KKH lokomotywy EU07



9. Przebieg prędkości lokomotywy EU07 podczas badań na szlaku Katowice - Gliwice

Wyniki badań aerodynamicznych lokomotywy EU07



10. Zależność prędkości strugi powietrza od prędkości ruchu lokomotywy EU07 w poszczególnych punktach pomiarowych

danych powierzchni, w miejscach istotnych z punktu widzenia późniejszej weryfikacji uzyskanych wyników. Dodatkowo, dzięki wykonanym w ten sposób czujnikom pomiary są o wiele tańsze niż gdyby były wykonane innymi sposobami, co w przypadku 48 punktów pomiarowych nie jest bez znaczenia. Czujniki te wykonano, a następnie indywidualnie wzorcowano w tunelu aerodynamicznym w całym zakresie prędkości strugi powietrza (45 m/s) w celu zapewnienia dużej dokładności pomiaru.

Dla umożliwienia rejestracji, wizualizacji i wstępnej analizy mierzonych wielkości

opracowano autorski program komputerowy w środowisku Delphi Cede Gear. Oprogramowanie to pobierało dane pomiarowe poprzez port USB jako dane z wirtualnego portu COM.

Przed przystąpieniem do badań zmierzono położenie wszystkich czujników względem elementów konstrukcyjnych. Zarejestrowano również temperatury początkowe czujników po ustabilizowaniu się temperatury. Wartość prądu płynącego przez rezystory podłączone równolegle ustalono tak, aby ich temperatura nie przekroczyła 70°C. W czasie prób i wzorcowania czujników w tunelu aerodynamicznym przeprowadzono również pomiary po-

zwalające na określenie czasu bezwładności czujnika, który ustalono na 4 sekundy.

Dlatego też przebieg badań ustalono tak, aby czas jazdy ze stałą prędkością, a zarazem czas pomiaru, przekroczył 4 sekundy. W trakcie badań eksploatacyjnych czas jazdy z ustaloną prędkością był wielokrotnie dłuższy, by zapewnić ustalenie się temperatury czujników. Badania przeprowadzono na szlaku Katowice-Gliwice dla prędkości 20÷100 km/h - rys. 9.

Wykonanie badań dla większych prędkości nie było możliwe ze względu na ograniczenia na szlaku kolejowym. Na podstawie przeprowadzonych badań eksploatacyjnych możliwe było natomiast określenie prędkości strugi powietrza w 48 punktach pomiarowych w funkcji prędkości ruchu lokomotywy. Na sporządzonym wykresie - rys. 10 - widoczny jest rozkład prędkości strugi powietrza w różnych punktach pomiarowych.

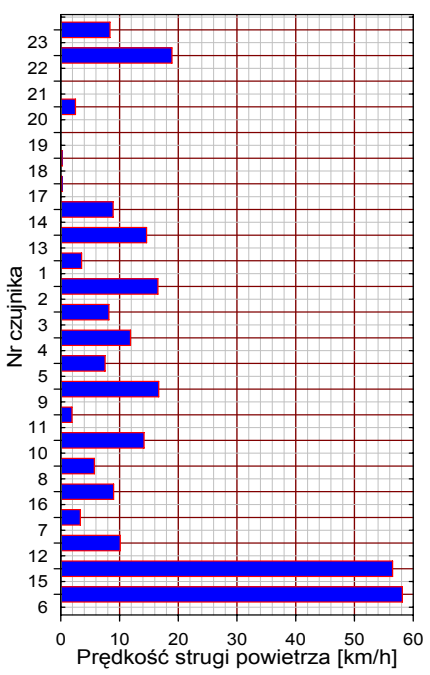
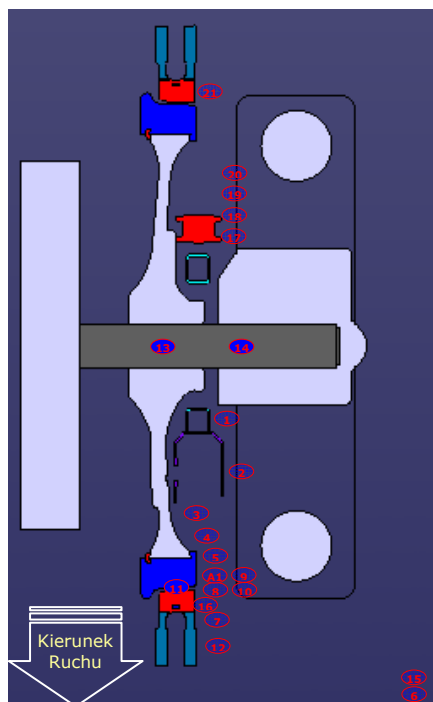
Dla lokomotywy EU-07 można stwierdzić, że nawet przy prędkości 100 km/h, prędkość strugi powietrza w otoczeniu układu hamulcowego i koła nie przekracza 20 km/h. Natomiast średnia prędkość strugi powietrza w otoczeniu układu KKH jest ponad dziesięciokrotnie mniejsza niż prędkość ruchu pojazdu. Wynika to głównie z zastosowania spojlerów oraz z ukształtowania i liczby elementów konstrukcji otoczenia układu KKH lokomotywy.

Punkty, w których umiejscowiono czujniki pomiarowe dla wybranego koła lokomotywy, pokazano na rys. 11, gdzie przedstawiono również rozkład prędkości strugi powietrza w otoczeniu układu KKH dla prędkości lokomotywy 100 km/h.

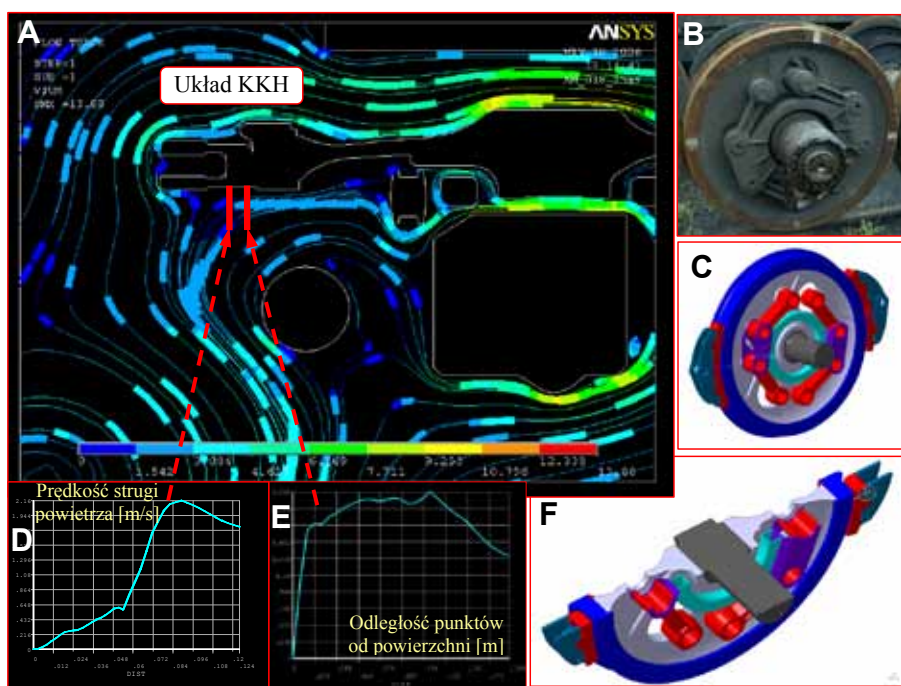
Jedynie czujniki nr 6 i 15 (rys. 11) umieszczone były w pobliżu spoileru lokomotywy i drabinki metalowej. Przepływ powietrza w tych miejscach jest bardziej swobodny niż w przypadku osłoniętego układu KKH i dlatego prędkości w tych punktach są znacznie wyższe.

Ze względu na brak dodatkowych elementów konstrukcji w wagonach osobowych, tj. silników, układu przeniesienia napędu czy spojlera, można przypuszczać, że prędkości przepływu powietrza w pobliżu koła kolejowego wagonu osobowego są zbliżone do prędkości ruchu pojazdu.

Należy zaznaczyć, że sytuacja taka jest korzystna, jeśli bierze się pod uwagę oddawanie ciepła ze wstawki hamulcowej i koła do otoczenia, czyli ma się na uwadze naprężenia maksymalne. Jednocześnie intensywne chłodzenie elementów układu KKH redukuje temperatury maksymalne również w strefie styku, a tym samym, zgodnie z prawem Archarda, wpływa korzystnie na intensywność zużycia trących elementów, co jest aktualnie kierunkiem prac prowadzonych w celu optymalizacji elementów układu KKH w ramach pracy badawczej [5]. Otrzymane wyniki ba-



11. Rozkład prędkości strugi powietrza w otoczeniu układu koło-klocki hamulcowy podczas jazdy z prędkością 100 km/h



12. Rozkład prędkości strugi powietrza w otoczeniu układu koło kolejowe-klocki hamulcowy lokomotywy EU07 uzyskany z analizy CFD

dań eksploatacyjnych posłużyły do weryfikacji modelu numerycznego analizy przepływu powietrza CFD w otoczeniu układu KKH lokomotywy EU-07 – rys. 12.

Wyznaczone rozkłady prędkości strugi powietrza w otoczeniu układu KKH posłużyły do wyznaczenia wartości średniej prędkości. Dopiero dla tak wyznaczonej prędkości możliwe jest określenie wartości współczynnika konwekcji. Czynność taką należy powtórzyć dla wszystkich modelowanych powierzchni układu KKH i dla całego zakresu prędkości ruchu pojazdu.

Metodyka wyznaczania rozkładu wartości współczynnika konwekcji dla modelowanych powierzchni układu koło-kłosek hamulcowy pokazana została schematycznie na rys. 13.

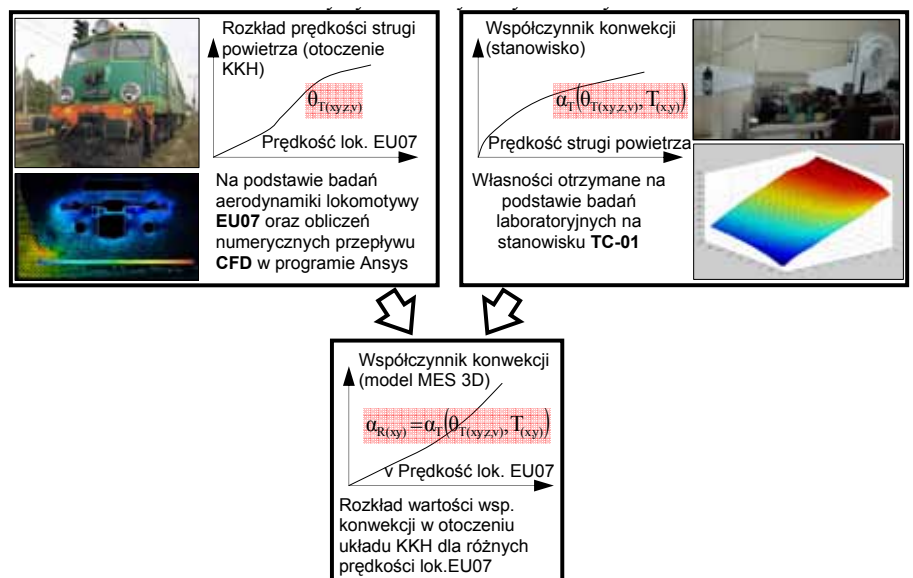
Jak widać na przedstawionym schemacie, dopiero znajomość dwóch grup danych, tj.: rozkładu prędkości strugi powietrza wokół układu KKH dla modelowanego pojazdu oraz wartości współczynnika konwekcji w funkcji prędkości powietrza i temperatury, pozwala na poprawne określenie wartości współczynnika konwekcji w budowanych w Katedrze Transportu Szynowego modelach. Rozkład prędkości strugi powietrza wokół układu KKH można oczywiście wyznaczyć różnymi metodami, jednak w artykule przedstawiono wyniki analizy numerycznej przepływu powietrza CFD zweryfikowanej po wykonaniu badań doświadczalnych podczas jazdy lokomotywy EU07.

Na rys. 14 przedstawiono makro do programu ANSYS, napisane w celu umożliwienia zadawania współczynnika konwekcji dla poszczególnych elementów skończonych zgodnie z wartościami uzyskanymi w analizie rozkładu tego współczynnika z badań stanowkowych i eksploatacyjnych dla koła lokomotywy EU07.

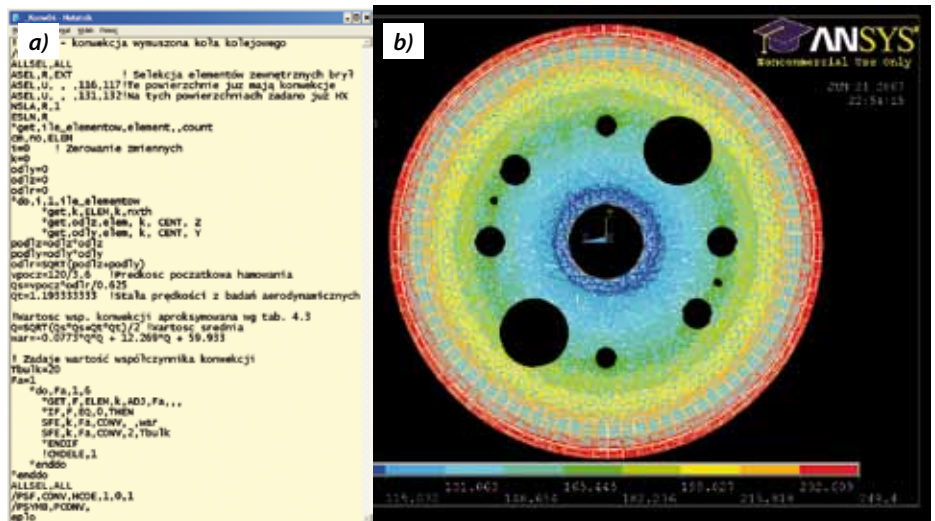
Trudność zadawania obciążeń powierzchniowych bezpośrednio na elementy skończone wynika z konieczności wyselekcjonowania elementów zewnętrznych, a następnie zadania współczynnika konwekcji jedynie na te powierzchnie elementu, które opisują zewnętrzne powierzchnie obciążanej bryły. Ze względu na brak tak specyficznej procedury w programie ANSYS opracowano makro, w którym problem wyszukiwania dla każdego elementu powierzchni zewnętrznych zrealizowano z wykorzystaniem funkcji podającej numer elementu sąsiedniego względem zadanego numeru powierzchni (ANSYS nie posiada takiej funkcji).

Wnioski

W artykule przedstawiono podstawowe aspekty związane z aerodynamiką pojazdów szynowych. W autorski i znacznie uproszczony, ale ilościowy sposób, przedstawiono zagadnienie oporu ruchu wraz z jego składową związaną z kształtem czoła i końca pociągu



13. Schemat wyznaczania rozkładu wartości współczynnika konwekcji dla układu KKH w funkcji prędkości ruchu wybranego pojazdu szynowego



14. Autorskie makro do programu ANSYS umożliwiające zadawanie współczynnika konwekcji dla poszczególnych elementów skończonych - a) oraz wyniki jego działania - b)

oraz tarcie lepkiem na powierzchni bocznej składu pociągu.

Przedstawiona w kolejnych rozdziałach metodyka wyznaczania rozkładu współczynnika konwekcji, który jest niezbędny podczas budowy modeli numerycznych związanych z zagadnieniami termicznymi, może być pomocna przy realizowaniu podobnych zadań dla innych pojazdów szynowych.

Przedstawione wyniki rozkładu prędkości strugi powietrza uzyskane na podstawie własnych badań aerodynamiki lokomotywy EU07 stanowią podstawę do dalszych prac związanych z optymalizacją układu KKH [5].

Materiały źródłowe

[1] Gąsowski W. "Aerodynamika pociągu", WiZPITE, Radom, 1998 r;
 [2] Baron A. "Zasady obliczeń oporów aerodynamicznych pojazdów szynowych", OBRPS Poznań;

[3] <http://www.max3d.pl/forum/showthread.php?t=65986>, 2012.04.15;
 [4] <http://www.claymath.org/millennium>, 2012.04.15;
 [5] Sitarz M., Mańka A., i inni. Sprawozdanie roczne pracy badawczej N509 19784, nr PBU-11/RT4/2011 pt.: „Optymalizacja konstrukcji układu hamulcowego pojazdu szynowego z uwzględnieniem sprzężenia zjawisk mechanicznych, termicznych i aerodynamicznych”, luty 2012 r.;
 [6] Mańka A. Sitarz M. "Analiza zjawisk mechanicznych i termicznych zachodzących w układzie koło kolejowe - kłosek hamulcowy" – Monografia, Wydawnictwo - Pracownia Komputerowa Jacka Skalmierskiego, Katowice 2011 rok.