

Losowe zmiany sztywności podsypki w analizie drgań zespolonego mostu kolejowego

Danuta Bryja, Ryszard Hołubowski

W pracy przedstawiono efektywną metodę analizy probabilistycznej drgań belkowych mostów kolejowych z nawierzchnią podsypkową o losowo zmiennej sztywności. Zmiany sztywności podsypki, zachodzące na długości toru kolejowego, potraktowano jako stacjonarny gaussowski proces losowy zależny od zmiennej przestrzennej mierzonej wzdłuż osi toru. Charakterystyki probabilistyczne drgań wyznaczono wykorzystując symulacyjną metodę Monte Carlo. Przedstawiono wyniki analiz numerycznych w zakresie przemieszczeń i przyspieszeń drgań zespolonego dźwigara mostowego i toru kolejowego, wzbudzonych przejazdem pociągu typu Shinkansen. Zbadano wpływ losowych zmian sztywności warstwy podsypki tłuczniowej i ich korelacji na niestacjonarną odpowiedź dynamiczną układu: dźwigar mostowy – nawierzchnia kolejowa. W analizie uwzględniono trzy typy funkcji korelacyjnej, w tym funkcję eksponencjalnie zanikającą – z pulsacją harmoniczną i bez pulsacji, oraz funkcję typu „biały szum”.

Praca została wykonana w ramach projektu badawczego nr N N506 0992 40 finansowanego w latach 2011-2013 przez Narodowe Centrum Nauki.

Artykuł recenzowany zgodnie z wytycznymi MNiSW

data zgłoszenia do redakcji: 03.07.2013

data akceptacji do druku: 04.09.2013



*dr hab. inż. Danuta Bryja
prof. nadzw. PWR
Politechnika Wroclawska
Instytut Inżynierii Lądowej
Zakład Infrastruktury
Transportu Szynowego
danuta.bryja@pwr.wroc.pl*



*mgr inż.
Ryszard Hołubowski
Politechnika Wroclawska
Instytut Inżynierii Lądowej
Zakład Infrastruktury
Transportu Szynowego
ryszard.holubowski@pwr.wroc.pl*

Jedną z trudności w analizie teoretycznej drgań mostów kolejowych, z nawierzchnią podsypkową, jest ustalenie wartości parametrów określających cechy sprężysto-tłumiące warstwy podsypki tłuczniowej. Szczególnie istotne znaczenie ma prawidłowe oszacowanie sztywności podsypki, ponieważ, jak zauważa Yang i in. [1], sztywność podsypki może mieć znaczący wpływ na odpowiedź dynamiczną mostów i torów usytuowanych na liniach kolejowych dużych prędkości. Problem ten nie jest jeszcze dostatecznie zbadany, między innymi dlatego, że każde oszacowanie sztywności podsypki jest obarczone dużą niepewnością. Sztywność podsypki zależy bowiem od wielu czynników, między innymi od stopnia zagęszczenia, grubości warstwy, czy warunków środowiska – np. inną sztywność ma podsypka latem, a inną zimą [2]. Ponadto, w trakcie eksploatacji w podsypce zachodzą liczne zmiany pod wpływem obciążeń eksploatacyjnych (głównie oddziaływań dynamicznych wywieranych przez pojazdy szynowe [3]) i koniecznych zabiegów utrzymaniowych (np. podbijanie toru). Stan podsypki może zmieniać się wzdłuż toru, zmiany mogą mieć zarówno charakter geometryczny (odkształcenie profilu warstwy podsypki) jak i materiałowy (zanieczyszczenie i starzenie się materiału). Równoczesna analiza wpływu wszystkich tych czynników nie

jest możliwa w ujęciu deterministycznym. Dobrą alternatywą jest podejście probabilistyczne, w którym wszelkie zmiany sztywności są ujęte w jej losowej fluktuacji. W tym ujęciu sztywność podsypki stanowi zmienną losową lub jeśli chcemy uwzględnić zmienność sztywności wzdłuż toru – funkcję losową, bądź zbiór skorelowanych zmiennych losowych.

Zastosowanie podejścia probabilistycznego do analizy zagadnień dynamicznych wymaga rozwiązania złożonego problemu matematycznego, opisanego układem stochastycznych równań różniczkowych, czyli równań o współczynnikach losowych [4]. W równaniach tych występują także współczynniki zmienne w czasie, jeśli uwzględnimy inercję ruchomego obciążenia pojazdami szynowymi [2]. Liczba równań zależy bezpośrednio od sposobu modelowania konstrukcji. Jeżeli weźmiemy pod uwagę fakt, że obecnie modele numeryczne mostów kolejowych są tworzone metodą elementów skończonych, to liczba równań opisujących sprzężone drgania mostu i toru kolejowego jest na ogół bardzo duża. Dodatkową trudność stanowi ogólnie przyjęty sposób modelowania podsypki toru kolejowego – za pomocą zbioru izolowanych więzi sprężysto-tłumiących. Randomizacja parametrów więzi w kolejnych punktach na osi toru wiąże się z wprowadzeniem dużej licz-

by współczynników losowych do równań ruchu. W opisanym przypadku, uzyskanie rozwiązania jest możliwe jedynie za pomocą metody symulacyjnej Monte Carlo, ponieważ użycie innych metod, np. technik perturbacyjnych [5], jest praktycznie niewykonalne ze względu na dużą liczbę zmiennych losowych. Jeśli zmienne te potraktujemy jako skorelowane, to nawet metoda Monte Carlo nie będzie skuteczna z powodu nadmiernych nakładów obliczeniowych.

W niniejszej pracy zaproponowano inne podejście, w którym zmiany sztywności podsypki zostały opisane procesem stochastycznym, zależnym nie od czasu a od zmiennej przestrzennej mierzonej wzdłuż osi toru. Do wyznaczenia charakterystyk probabilistycznych drgań mostu kolejowego zastosowano metodę Monte Carlo. Warstwa podsypki została potraktowana jako nieinercyjne podłoże sprężyste typu Winklera, a jej sztywność, zmienna na długości toru kolejowego, została opisana funkcją losową o zadanej autokorelacji, przy czym w pracy przyjęto trzy różne typy funkcji korelacyjnej. Celem analiz jest ocena wpływu zmian sztywności podsypki na charakterystyki losowych drgań mostu i toru kolejowego, w zależności od typu korelacji tych zmian zachodzących wzdłuż rozpiętości mostu. Do symulacji drgań wykorzystano oryginalny model obliczeniowy belkowego mostu kolejowego, sformułowany przez autorów w pracy [6]. Model ten opracowano specjalnie na potrzeby analiz probabilistycznych, które są przedmiotem niniejszej pracy.

Losowy model podsypki

Jeśli założymy, że sztywność podsypki zmienia się losowo wzdłuż długości toru kolejowego, a zmiany te mają charakter niewielkich oscylacji względem pewnej wartości

stałej, to funkcję opisującą zmienność sztywności podsypki można zapisać następującym wzorem

$$k(x) = \bar{k} + \tilde{k}(x) \quad (1)$$

jako sumę stałej wartości średniej \bar{k} i funkcji losowej $\tilde{k}(x)$, która opisuje fluktuacje sztywności podsypki wokół wartości średniej, zależne od zmiennej przestrzennej x mierzonej wzdłuż toru. W tym ujęciu, wartość oczekiwana funkcji losowej $\tilde{k}(x)$ jest zerowa. Ponieważ na sztywność podsypki wpływa wiele niepowiązanych ze sobą czynników, funkcja opisująca losową fluktuację może być potraktowana jako stacjonarny proces Gaussa [4], zgodnie z centralnym twierdzeniem granicznym. Funkcję gęstości widmowej takiego procesu można otrzymać przeprowadzając badania in situ lub wyznaczyć analitycznie na podstawie przyjętej a priori postaci funkcji korelacji. W niniejszej pracy wykorzystano drugie podejście.

Z założenia o stacjonarności procesu $\tilde{k}(x)$ wynika, że jego funkcja korelacyjna

$$K_{\tilde{k}\tilde{k}}(x_1, x_2) = K_{\tilde{k}\tilde{k}}(x_2 - x_1) = K_{\tilde{k}\tilde{k}}(\xi) \quad (2)$$

zależy wyłącznie od odległości $\xi = x_2 - x_1$ pomiędzy dwoma punktami x_1 i x_2 położonymi na osi toru kolejowego. Jeśli funkcja korelacyjna jest znana, to odpowiadającą jej funkcję gęstości widmowej $S_{\tilde{k}\tilde{k}}(\omega)$ można wyznaczyć korzystając z twierdzenia Wienera-Chinczyna [4], za pomocą całkowitej transformaty Fouriera, według zależności

$$S_{\tilde{k}\tilde{k}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K_{\tilde{k}\tilde{k}}(\xi) e^{-i\omega\xi} d\xi = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} K_{\tilde{k}\tilde{k}}(\xi) \cos(\omega\xi) d\xi \quad (3)$$

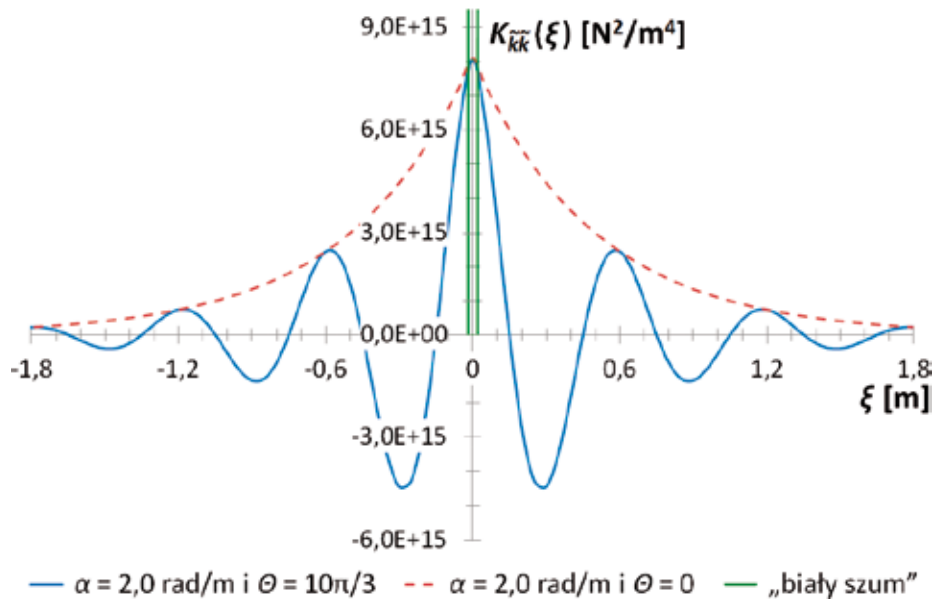
Aby zbadać jak duży jest wpływ korelacji między zmianami sztywności zachodzącymi wzdłuż toru kolejowego, zastosowano w obliczeniach trzy typy funkcji korelacyjnych, które charakteryzuje różny tryb zanikania korelacji. Funkcje te zestawiono w tabeli 1 wraz z odpowiadającymi im gęstościami widmowymi. Symbolem σ_k^2 oznaczono wariancję procesu $\tilde{k}(x)$, przy czym $\sigma_k^2 = K_{\tilde{k}\tilde{k}}(0)$. Na rysunkach 1 i 2 pokazano wykresy analizowanych funkcji korelacji i gęstości widmowych, które sporządzono przyjmując następujące dane liczbowe: $\bar{k} = 3,0 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$, $\sigma_k = 0,3\bar{k}$. Stąd wynika, że założony współczynnik zmienności sztywności podsypki wynosi $\sigma_k/\bar{k} = 0,3 = 30\%$.

Funkcje korelacyjne zestawione w tabeli 1 i pokazane na rysunkach 1 i 2 mają następujące własności:

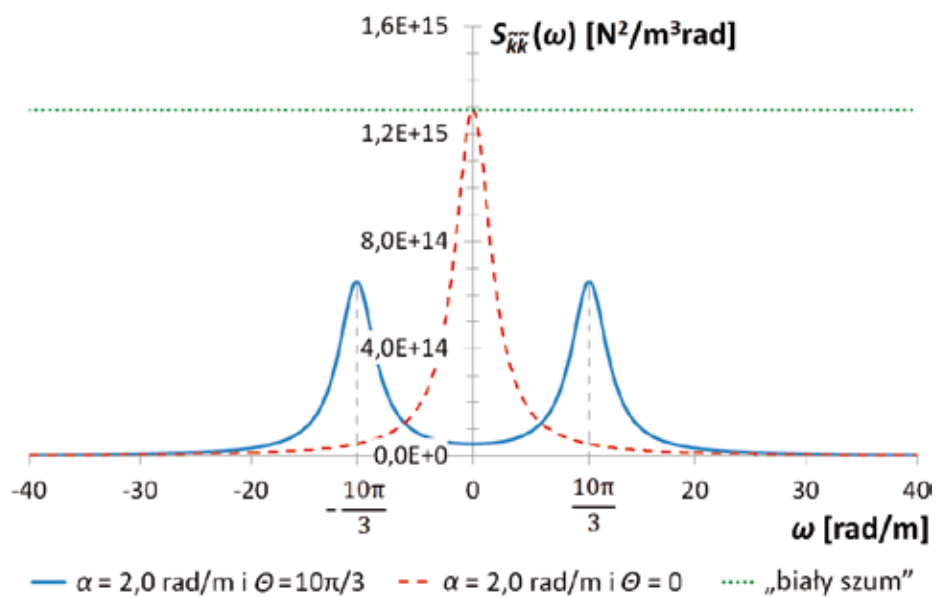
- Funkcja o numerze 1 jest dwuparametrową funkcją zanikającą eksponencjalnie z pulsacją harmoniczną, przy czym oba parametry funkcji, a i θ , są wyrażone w [rad/m]. Parametr a odpowiada za szybkość zanikania korelacji, im jego wartość jest większa, tym korelacja szybciej zanika, a więc proces staje się bardziej chaotyczny. Ponadto, parametr ten wpływa na war-

Tab. 1: Funkcje korelacyjne i funkcje gęstości widmowej przyjęte do obliczeń

| Nr | Opis funkcji korelacyjnej | Funkcja korelacyjna | Funkcja gęstości widmowej |
|----|--|--|--|
| 1 | dwuparametrowa funkcja zanikająca eksponencjalnie z pulsacją | $K_{\tilde{k}\tilde{k}}(\xi) = \sigma_k^2 \exp(-a \xi) \cos(\theta\xi)$ | $S_{\tilde{k}\tilde{k}}(\omega) = \frac{\sigma_k^2 a}{\pi} \cdot \frac{a^2 + \omega^2 + \theta^2}{(a^2 - \omega^2 + \theta^2)^2 - 4a^2\omega^2}$ |
| 2 | jednparametrowa funkcja zanikająca eksponencjalnie | $K_{\tilde{k}\tilde{k}}(\xi) = \sigma_k^2 \exp(-a \xi)$ | $S_{\tilde{k}\tilde{k}}(\omega) = \frac{\sigma_k^2 a}{\pi} \cdot \frac{1}{a^2 + \omega^2}$ |
| 3 | funkcja typu „biały szum” | $K_{\tilde{k}\tilde{k}}(\xi) = \sigma_k^2 \delta(\xi)$ | $\frac{\sigma_k^2}{2\pi}$ |



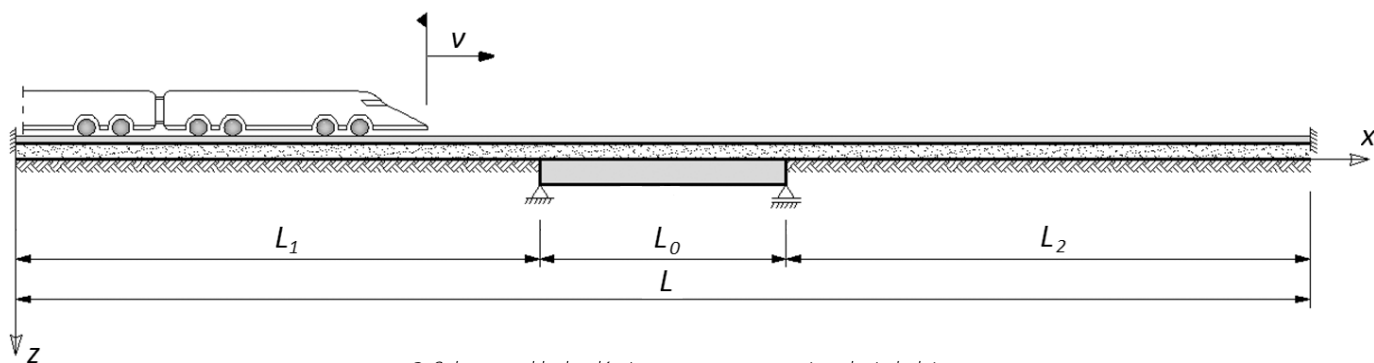
1. Wykresy funkcji korelacyjnych zestawionych w tabeli 1



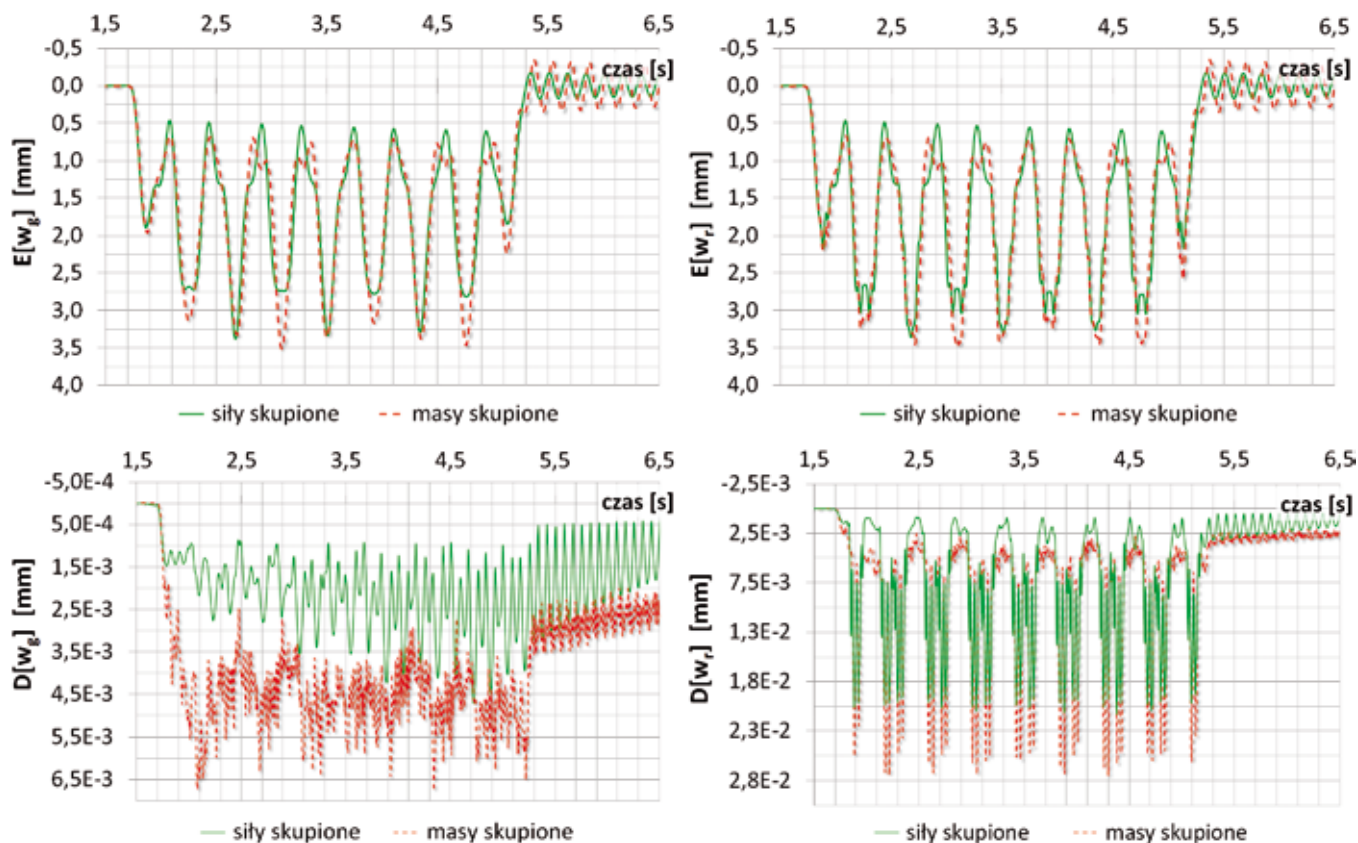
2. Wykresy funkcji gęstości widmowych zestawionych w tabeli 1

tość piku funkcji gęstości widmowej, im jest większy, tym wartość piku jest mniejsza. Parametr θ , określający częstotliwość pulsacji funkcji korelacyjnej, pozwala skupić zasadniczą część mocy procesu w otoczeniu

pewnej wybranej częstotliwości $\omega = \theta = 2\pi/T_\theta$, gdzie T_θ jest dominującą długością fali zmian sztywności [7]. Na podstawie badań przeprowadzonych przez autorów pracy [8] założono, że największe i naj-



3. Schemat układu: dźwigar mostowy - nawierzchnia kolejowa



4. Przebiegi czasowe wartości oczekiwanych i odchyień standardowych ugięć dynamicznych w przekroju środkowym dźwigara mostowego i szyny

częstsze zmiany sztywności podsyпки zachodzą na odcinkach równych osiowemu rozstawowi podkładów, tak więc przyjęto, że $T_\theta = 0,6$ m, a stąd $\theta = 10\pi/3$ rad/m.

- Funkcja o numerze 2 jest jednoparametrową funkcją zanikającą eksponencjalnie bez pulsacji. Podobnie jak w przypadku pierwszej funkcji, za szybkość zanikania korelacji odpowiada parametr α , jednak tym razem nie jest wyszczególniona częstota, której odpowiadałaby dominująca długość fali zmian sztywności, bowiem $\theta = 0$.
- Funkcja o numerze 3 opisuje proces najbardziej chaotyczny, określany w literaturze mianem „białego szumu” [7]. Stowarzyszona z nią funkcja gęstości widmowej jest stała, co oznacza, że każda częstota wnosi taki sam wkład w moc procesu.

Układ: dźwigar mostowy – nawierzchnia kolejowa

Opisany losowy model podsyпки umożliwił autorom przeprowadzenie badań numerycznych, na podstawie których oszacowali wpływ zmian sztywności podsyпки na przemieszczenia i przyspieszenia drgań mostów kolejowych z nawierzchnią podsypkową. W badaniach został wykorzystany model obliczeniowy układu: most – nawierzchnia kolejowa oraz metoda wyznaczania drgań, które autorzy sformułowali szczegółowo w pracy [6] wykorzystując metodę elementów skończonych w ujęciu Galerkin. Do wyznaczenia charakterystyk probabilistycznych drgań toru i mostu kolejowego zastosowano metodę symulacyjną Monte Carlo, która została opisana przez autorów w pracy [9].

Jako obiekt badawczy przyjęto wstępnie zaprojektowany, swobodnie podparty, jednotorowy most zespolony o rozpiętości $L_0 = 21$ m, wraz z ułożonym na nim torem kolejowym. W celu uwzględnienia efektu propagacji drgań spowodowanych nadjeżdżającym i zjeżdżającym z mostu pociągiem, rozbudowano model mostu kolejowego uzupełniając go o przyległe odcinki toru, usytuowane przed i za przeprawą – patrz rysunek 3. Do obliczeń przyjęto odcinki o długościach $L_1 = L_2 = 100$ m, które według autorów pracy [10] są wystarczające, aby w numerycznych symulacjach drgań mogły zastąpić tor o nieskończonej długości.

Obie szyny toru kolejowego są łącznie modelowane za pomocą jednej belki Eulera, nazywanej skrótkowo w numerycznej części pracy „szyną”. Sztywność gięt-

na belki zastępującej obie szyny toru wynosi $E_{I_r} = 1,222 \cdot 10^7 \text{ Nm}^2$, a jej masa jednostkowa ma wartość $m_r = 120 \text{ kg/m}$. Belka spoczywa na nieinercyjnym podłożu lepko-sprężystym o liniowych charakterystykach sztywności $k(x)$ i tłumienia $c(x)$. Podłoże lepko-sprężyste modelujące odkształcalną warstwę podsypki tłuczniowej jest oparte na dźwigarze mostowym, a w strefie odcinków przyległych do mostu, na niepodatnym podtorzu. Sztywność giętna dźwigara mostowego, stanowiącego drugą belkę Eulera sprzężonego modelu konstrukcji, opisanego przez autorów w pracy [6], wynosi $E_{I_g} = 3,171 \cdot 10^{10} \text{ Nm}^2$. Masę podkładów kolejowych i podsypki tłuczniowej wliczono do masy dźwigara $m_g = 1,11 \cdot 10^4 \text{ kg/m}$. Przyjęto według pracy [2], że parametr tłumienia warstwy podsypki jest stały na długości badanego odcinka i wynosi $c(x) = c = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Ns/m}^2$, natomiast średnia wartość sztywności podsypki $\bar{k} = 3,0 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$.

Przedmiotem analiz są drgania mostu i toru kolejowego, wzbudzone przejazdem pociągu typu Shinkansen, którego maksymalna prędkość eksploatacyjna wynosi 270 km/h. Pociąg składa się z ośmiu powtarzalnych 25-metrowych jednostek napędowych, z których każda ma dwa dwuosiowe wózki jezdne. Osiowy rozstaw wózków wynosi 17,5 m, natomiast osiowy rozstaw zestawów kołowych 2,50 m. Łączna masa pojazdu przypadająca na pojedynczy zestaw kołowy wynosi 13 875 kg. Obciążenie ruchome spowodowane przejazdem pociągu działa bezpośrednio na szynę i jest modelowane serią ruchomych sił skupionych lub mas skupionych w punktach styku kół pociągu z szyną.

Analiza charakterystyk drgań losowych dźwigara mostowego i szyny

W pierwszym etapie badań poddano analizie odpowiedzi dynamiczne w zakresie przemieszczeń i przyspieszeń dźwigara mostowego i szyny. Na rysunku 4 przedstawiono przebiegi wartości oczekiwanych i odchyłeń standardowych przemieszczeń pionowych dźwigara (w_g) i szyny (w_r) w środku rozpiętości mostu. Wartości oczekiwane są oznaczone symbolem $E[\cdot]$, a odchylenia standardowe symbolem $D[\cdot]$. Obliczenia przeprowadzono przyjmując prędkość przejazdu pociągu $v = 60 \text{ m/s}$ (216 km/h) i dwa różne modele obciążenia – w postaci ruchomych sił lub mas skupionych. W badaniach numerycznych, jako funkcję korelacji zastosowano dwuparametrową funkcję quasi-harmoniczną zanikającą eksponencjalnie, przyjmując, że współczynnik $\alpha = 2,0 \text{ rad/m}$ oraz $\theta = 10\pi/3 \text{ rad/m}$, co odpowiada dominującej długości fali zmian sztywności $T_\theta = 0,6 \text{ m}$. Wartości oczekiwane i odchylenia standardowe obliczono na podstawie 100 symulacji, zakładając, że współczyn-

nik zmienności sztywności podsypki wynosi $\sigma_{\bar{k}}/\bar{k} = 0,3 = 30\%$. Dobór liczby symulacji autorzy przetestowali w pracy [9].

Wyniki przedstawione na rysunku 4 pokazują, że analizowane zmiany sztywności podsypki zachodzące wzdłuż toru kolejowego nie mają istotnego wpływu na przemieszczenia, zarówno dźwigara mostowego, jak i szyny, ponieważ w obu przypadkach odchylenia standardowe są pomijalnie małe w porównaniu z wartościami oczekiwany. Odchylenia standardowe ugięć dynamicznych w środku rozpiętości dźwigara nie przekraczają 0,007 mm, gdy w modelu obciążenia są uwzględnione siły bezwładności pojazdu oraz 0,005 mm, gdy reprezentacją pociągu są ruchome siły skupione opisujące statyczne naciski zestawów kołowych. W przypadku przemieszczeń szyny, wartości odchyłeń standardowych są o rząd większe, przy czym maksymalne odchylenie wyznaczone przy założeniu modelu masowego nie przekracza 0,028 mm, a przy modelu z siłami 0,023 mm. Wymienione wartości odchyłeń opisują rozrzut przemieszczeń względem wartości oczekiwanych, które wynoszą maksymalnie: $E[w_g] = 3,51 \text{ mm}$ i $E[w_r] = 3,38 \text{ mm}$ dla modelu masowego oraz $E[w_g] = 3,49 \text{ mm}$ i $E[w_r] = 3,36 \text{ mm}$ dla modelu w postaci zbioru sił.

Z inżynierskiego punktu widzenia, rozrzut wyników spowodowany losowymi zmianami sztywności podsypki jest zatem pomijalnie mały, niemniej jednak można zauważyć wyraźną różnicę między rozwiązaniami wyznaczonymi w dwóch rozważanych przypadkach obciążenia ruchomego. Analiza przebiegów czasowych przedstawionych na rysunku 4, w aspekcie wpływu sposobu modelowania obciążenia, wskazuje jednoznacznie, że rozrzut przemieszczeń jest większy, gdy pociąg jest opisany serią mas, szczególnie w przypadku drgań dźwigara. Natomiast przebiegi wartości oczekiwanych nie różnią się istotnie w obu modelach obciążenia, ani pod względem ilościowym ani jakościowym, zarówno w przypadku ugięć dynamicznych dźwigara, jak i szyny.

Wpływ modelu obciążenia ruchomego, a także wpływ zmian sztywności podsypki ujawnia się znacznie bardziej w przypadku przyspieszeń drgań. Na rysunku 5 przedstawiono przebiegi wartości oczekiwanych i odchyłeń standardowych przyspieszeń drgań pionowych dźwigara i szyny w środku rozpiętości przęsła mostu. Prędkość pociągu wynosi $v = 60 \text{ m/s}$, podobnie jak poprzednio.

Przebieg czasowy wartości oczekiwanych przyspieszeń drgań dźwigara mostowego, wyznaczony przy założeniu masowego modelu obciążenia, ma charakter znacznie bardziej oscylacyjny, niż ma to miejsce w przypadku ruchomych sił skupionych. Ponadto, znacznie większe są amplitudy przy-

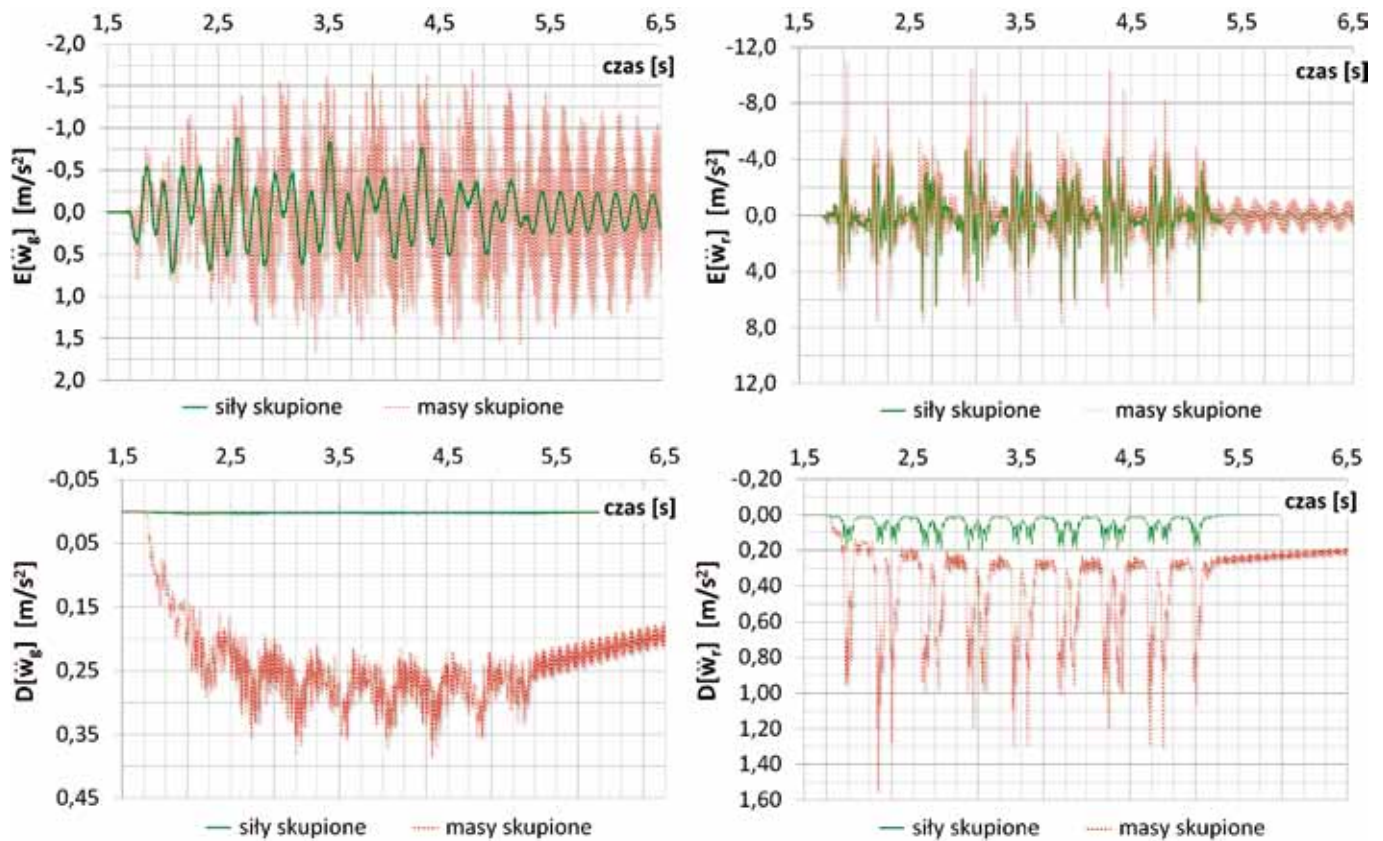
spieszeń. Największa bezwzględna wartość oczekiwana przyspieszenia drgań dźwigara w masowym modelu obciążenia wynosi $E[w_g'''] = 1,69 \text{ m/s}^2$, natomiast w drugim modelu $E[w_g'''] = 0,88 \text{ m/s}^2$. Wartości te różnią się prawie dwukrotnie. Nieco mniejsze różnice obserwuje się analizując drgania szyny – największa bezwzględna wartość oczekiwana przyspieszeń drgań szyny wynosi $E[w_r'''] = 11,16 \text{ m/s}^2$ w modelu masowym, zaś w modelu z siłami $E[w_r'''] = 6,70 \text{ m/s}^2$. Przebiegi przyspieszeń szyny w obu modelach obciążenia mają silnie oscylacyjny charakter.

Na szczególną uwagę zasługują przebiegi czasowe odchyłeń standardowych przyspieszenia drgań analizowanej konstrukcji. W przypadku uwzględnienia inercji pojazdu szynowego ujawnia się znaczący wpływ losowych fluktuacji sztywności podsypki. Maksymalne odchylenia standardowe przyspieszeń drgań dźwigara i szyny w środku rozpiętości mostu wynoszą: $D[w_g'''] = 0,39 \text{ m/s}^2$ i $D[w_r'''] = 1,55 \text{ m/s}^2$, co stanowi odpowiednio 23% i 14% maksymalnych wartości oczekiwanych. To oznacza, że rozrzut wartości przyspieszeń pojawiający się wskutek losowych zmian sztywności podsypki jest znaczny. Przyjęcie uproszczonego modelu obciążenia, w postaci ruchomych sił skupionych, znacząco degeneruje wyniki i może prowadzić do fałszywych wniosków, że losowe zmiany sztywności podsypki nie wpływają znacząco na przyspieszenia drgań, ponieważ maksymalne odchylenia standardowe przyspieszeń są niewielkie i wynoszą: $D[w_g'''] = 0,004 \text{ m/s}^2$ i $D[w_r'''] = 0,197 \text{ m/s}^2$.

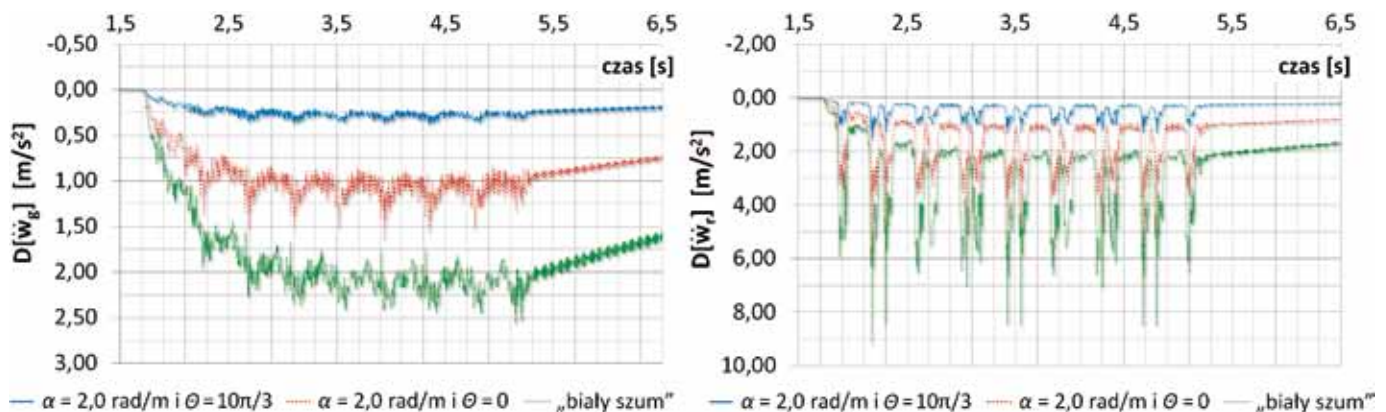
Tak znaczne różnice ilościowe i jakościowe w wynikach przyspieszeń wskazują na konieczność uwzględniania sił bezwładności pojazdu w kompleksowej analizie drgań losowych, obejmującej odpowiedzi układu w zakresie przemieszczeń i przyspieszeń. Ponadto, tak znaczny wpływ sposobu modelowania obciążenia ruchomego na odpowiedź dynamiczną układu, wskazuje na konieczność uszczegółowienia modelu pociągu poprzez dodanie odrębnego podkładu masowego – resorowanego, posiadającego własne dynamiczne stopnie swobody.

Analiza wpływu funkcji korelacji

W pracy [9] autorzy zbadali wpływ parametru α , odpowiedzialnego za szybkość zanikania korelacji, na charakterystyki probabilistyczne drgań mostu kolejowego z nawierzchnią podsypkową. Stwierdzili, że im większa jest wartość parametru α , czyli proces losowych zmian sztywności podsypki jest bardziej chaotyczny, tym większe są odchylenia standardowe przemieszczeń dźwigara mostowego i szyny. Wobec powyższego, w niniejszej pracy rozważono przypadek procesu najbardziej chaotycznego, opisanego funkcją korelacyjną typu „biały szum”.



5. Przebiegi czasowe wartości oczekiwanych i odchyłeń standardowych przyspieszeń drgań w przekroju środkowym dźwigara mostowego i szyny



6. Przebiegi czasowe odchyłeń standardowych przyspieszeń drgań dźwigara mostowego i szyny w zależności od założonej funkcji korelacji

Zbadano także, jakie znaczenie ma przyjęcie założenia o oscylacyjności funkcji korelacyjnej, z pulsacją odpowiadającą dominującej długości fali zmian sztywności podsypki $T_\theta = 0,6$ m. Biorąc pod uwagę wyniki obliczeń opisane w poprzednim punkcie niniejszej pracy, badania numeryczne przeprowadzono tylko w zakresie przyspieszeń drgań konstrukcji, przyjmując masowy model obciążenia mostu przejazdem pociągu i te same dane wyjściowe opisujące konstrukcję i pojazd szynowy.

Na rysunku 6 przedstawiono przebiegi odchyłeń standardowych przyspieszeń drgań pionowych dźwigara mostowego i szyny w środku rozpiętości mostu, wyznaczone przy założeniu trzech funkcji korelacyjnych, wyszczególnionych w tabeli 1.

Jak widać na rysunku, średni rozrzut przyspieszeń drgań dźwigara mostowego i szyny w istotny sposób zależy od typu korelacji zmian sztywności podsypki. Pominięcie pulsacji w eksponencjalnie zanikającej funkcji korelacyjnej, równoznaczne z brakiem uprzywilejowania wybranej fali zmian sztywności podsypki, powoduje około czterokrotne zwiększenie odchyłeń standardowych przyspieszeń drgań dźwigara i szyny. Największe odchylenia standardowe otrzymuje się w przypadku procesu najbardziej chaotycznego – typu „biały szum”. W rozważanym przykładzie są one około siedmiokrotnie większe od odchyłeń wyznaczonych przy założeniu eksponencjalnie zanikającej korelacji z pulsacją. Maksymalne wartości odchyłeń wynoszą odpowiednio:

1. $D[w_g] = 0,39$ m/s² i $D[w_r] = 1,55$ m/s² – dwuparametrowa funkcja korelacji z pulsacją,
2. $D[w_g] = 1,65$ m/s² i $D[w_r] = 5,67$ m/s² – jednoparametrowa funkcja korelacji bez pulsacji,
3. $D[w_g] = 2,65$ m/s² i $D[w_r] = 9,14$ m/s² – funkcja korelacji typu „biały szum”.

Stwierdzono, że rodzaj korelacji ma nieco większy wpływ na rozrzut przyspieszeń drgań dźwigara niż na drgania szyny. W obu przypadkach wpływ ten należy uznać za duży, ponieważ różnice między odchyleniami standardowymi są porównywalne z maksymalnymi wartościami oczekiwanymi przyspieszeń ($E[w_g] = 1,69$ m/s² i $E[w_r] = 11,16$ m/s², niezależnie od typu korelacji). Stąd wynika wniosek, że w celu uzyskania precyzyjnej odpowiedzi na pytanie:

jak duży jest wpływ zmian sztywności podsypki na odpowiedź dynamiczną dźwigara mostowego i toru kolejowego, potrzebne jest przeprowadzenie badań terenowych pozwalających określić rzeczywistą postać funkcji gęstości widmowej procesu opisującego fluktuacje sztywności.

Podsumowanie

W niniejszej pracy przedstawiono numeryczną metodę wyznaczania przebiegów czasowych wartości oczekiwanych i odchyłeń standardowych przemieszczeń i przyspieszeń drgań mostu kolejowego z nawierzchnią podsypkową o losowo zmiennej sztywności. Opisana metoda umożliwiła efektywną analizę wpływu losowych zmian sztywności podsypki tłuczniowej na niestacjonarne drgania mostu spowodowane przejazdem pociągu. Przy założonym średnim poziomie zmian sztywności podsypki wokół stałej wartości średniej ($\sigma_k/\bar{k} = 30\%$) i przyjętej prędkości przejazdu pociągu Shinkansen ($v = 60 \text{ m/s} = 216 \text{ km/h}$) przez 21-metrowy, jednotorowy most zespolony, uzyskano wyniki pozwalające sformułować następujące wnioski:

- Analizowane zmiany sztywności podsypki mają bardzo niewielki wpływ na ugięcia dynamiczne dźwigara mostowego i szyny, przy czym odchylenia standardowe ugięć szyny są o rząd większe od odchyłeń uzyskiwanych dla dźwigara.
- Wartości oczekiwane ugięć dynamicznych dźwigara mostowego i szyny nie zależą w istotny sposób od przyjętego modelu obciążenia ruchomego, reprezentującego pojazd szynowy. Nieco większy wpływ modelu obciążenia obserwuje się w przypadku odchyłeń standardowych.
- Znaczący wpływ losowych fluktuacji sztywności podsypki ujawnia się w przypadku analizy przyspieszeń drgań dźwigara mostowego i szyny, jeśli zostaną uwzględnione siły inercji pojazdu szynowego.
- Sposób modelowania obciążenia ruchomego wpływa istotnie na przyspieszenia drgań – przebiegi wartości oczekiwanych uzyskiwane przy założeniu modelu masowego mają znacznie bardziej oscylacyjny charakter, szczególnie w odniesieniu do dźwigara mostowego, ponadto wartości amplitud drgań są znacząco większe (prawie dwukrotnie) niż w przypadku modelu w postaci ruchomych sił skupionych, – odchylenia standardowe przyspieszeń drgań dźwigara, bliskie zeru ($0,004 \text{ m/s}^2$) w modelu siłowym, dochodzą do $0,4 \text{ m/s}^2$ w modelu masowym a w przypadku szyny są kilkukrotnie mniejsze niż w masowym modelu obciążenia.
- Obserwowane różnice ilościowe i jakościowe w wynikach wskazują na koniecz-

ność uwzględniania sił bezwładności pojazdu w kompleksowych analizach drgań losowych, w których przedmiotem badań są oprócz przemieszczeń także przyspieszenia drgań.

- Średni rozrzut przyspieszeń drgań dźwigara mostowego i szyny w istotny sposób zależy od typu korelacji zmian sztywności podsypki na długości toru kolejowego. Największe odchylenia standardowe otrzymuje się w przypadku procesu najbardziej chaotycznego – typu „biały szum”.

Przedstawione wyniki analiz świadczą o potrzebie prowadzenia dalszych badań w celu uściślenia oceny wpływu zmian sztywności podsypki na drgania mostów kolejowych. Ze względu na dużą zależność uzyskiwanych wyników od założonej aproksymacji funkcji korelacyjnej, definiującej proces zmian sztywności podsypki wzdłuż toru kolejowego, istnieje potrzeba eksperymentalnego określenia funkcji gęstości widmowej procesu, na podstawie badań terenowych. z kolei, znaczny wpływ sposobu modelowania obciążenia mostu przejazdem pociągu na odchylenia standardowe drgań układu: dźwigar mostowy – nawierzchnia kolejowa, wskazuje na konieczność dalszego rozbudowania modelu pojazdu szynowego, poprzez wprowadzenie resorowanego podukładu dynamicznego zbudowanego z tarcz masowych o własnych dynamicznych stopniach swobody. ◀

Materiały źródłowe

- [1] Yang Y. B., Yau J. D., Wu Y. S.: Vehicle-Bridge Interaction Dynamics: With Applications to High-Speed Railways, World Scientific Publishing, Singapur 2004
- [2] Klasztorny M.: Dynamika mostów belkowych obciążonych pociągami szybkobieżnymi, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2005
- [3] Bałuch H.: Trwałość i niezawodność eksploatacyjna nawierzchni kolejowej, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 1980
- [4] Śniady P.: Podstawy stochastycznej dynamiki konstrukcji, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2000.
- [5] Vanmarcke E.: Random fields. Analysis and synthesis, World Scientific Publishing, Singapur 2010
- [6] Bryja D., Hołubowski R.: Modelowanie belkowych mostów kolejowych z zastosowaniem metody GFEM. Część I. Sformułowanie teoretyczne, Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, seria Budownictwo i Inżynieria Środowiska, 2012, z. 59, nr 283, s. 5-19
- [7] Bołotin W. W.: Metody statystyczne w mechanice budowli, Wydawnictwo Arkady, Warszawa 1968.
- [8] Bajer Cz., Tokaj P.: Dynamika toru z podkładami stalowymi klinowymi, Drogi i Mosty, 2006, nr 2, s. 5-35
- [9] Bryja D., Hołubowski R.: GFEM modeling and Monte Carlo solutions for railway bridge with random track ballast, The Fourteenth International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing, Sardinia 3-6 września 2013
- [10] Biondi B., Muscolino G., Sofi A.: A substructure approach for the dynamic analysis of train-track-bridge system, Computers and Structures, 2005, vol. 83, s. 2271-2281