

Próba oszacowania niepewności pomiarowych w badaniach odkształcalności podtorza

Michał Pawłowski

W artykule podjęto próbę oszacowania niepewności pomiarowych występujących w trakcie wyznaczania wartości modułów odkształcenia podtorza i wskaźników odkształcenia. Opisano sposób wyznaczania niepewności w pomiarach pojedynczych i seryjnych. Z wykorzystaniem przykładowych wyników badania odkształcalności podłoża obliczono niepewności pomiarowe. Na podstawie przeprowadzonej analizy opracowano wnioski.



dr inż.
Michał Pawłowski
Zakład Budowy Mostów
i Dróg Kolejowych
Politechnika Poznańska
ul. Piotrowo 5
60-965 Poznań
michal.pawlowski@put.
poznan.pl

Wstęp

Przystosowanie polskich linii kolejowych do wymagań umów międzynarodowych często wymaga, nie tylko wymiany nawierzchni, ale także przebudowy podtorza. Modernizacja podtorza, w przypadku nieskomplikowanych warunków gruntowo-wodnych, obejmuje najczęściej wbudowanie w górną strefę podtorza warstw ochronnych oraz wykonanie stosownego odwodnienia linii. Prace naprawcze poprzedzane są wstępnymi badaniami geotechnicznymi obejmującymi m. in. określenie rodzajów i właściwości gruntów podtorza. Na podstawie wyników tych badań dobiera się odpowiednie rodzaje i grubości warstw ochronnych umożliwiające uzyskanie wymaganych wartości modułów odkształcenia podtorza mierzonych na torowisku.

W trakcie przebudowy podtorza wykonuje się kontrolne badania geotechniczne umożliwiające korektę, przyjętego w projekcie, sposobu wzmocnienia podtorza. Zmiany wprowadza się w przypadku stwierdzenia gorszych, niż założonych w projekcie, właściwości podtorza. W celu określenia efektu zastosowanego wzmocnienia podtorza i jakości wykonanych prac naprawczych wykonuje się odbiorcze badania geotechniczne. Wspomniane badania wstępne, kontrolne i odbiorcze obejmują między innymi określenie wartości modułów odkształcenia oraz wskaźników zagęszczenia podtorza. W określonych lokalizacjach wykonuje się pojedyncze pomiary bez możliwości powtórzenia próby.

Wobec powyższego znajomość sposobu przeprowadzania próbných obciążeń podtorza, dla określenia wartości modułów

jego odkształcenia, oraz właściwej interpretacji uzyskanych wyników jest niezmiernie ważna. Oszacowanie niepewności pomiarowych umożliwia ponadto porównywanie wyników oznaczeń wykonywanych różnym sprzętem i przez różnych badaczy.

Niepewności pomiarowe

Pomiarom towarzyszą zakłócenia o różnym charakterze i dlatego wartości prawdziwe mierzonych wartości są nieznanne. W wyniku doświadczeń można jedynie określić przedziały wartości, w których z określonym prawdopodobieństwem zawierają się wartości prawdziwe. Granice zmienności wyników pomiarów określa niepewność pomiarów. Charakteryzuje ona zatem dokładność określenia wartości mierzonych i powinna być obliczana dla każdego pomiaru [1].

Wynik pomiaru w postaci ogólnej przedstawia poniższe równanie [1]:

$$Y = (Y_s + P_\Sigma) \pm U(Y) \quad (1)$$

gdzie:

Y – wynik pomiaru, Y_s – wynik surowy, P_Σ – poprawka sumaryczna kompensująca wyznaczalne błędy systematyczne, $U(Y)$ – niepewność rozszerzona

Po uwzględnieniu poprawek otrzymuje się ostateczny wynik pomiaru w postaci [1]:

$$Y = Y_{pop} \pm U(Y) \quad (2)$$

Niepewność rozszerzoną, podawaną wraz z wynikiem pomiaru wyznacza się jako wielokrotność niepewności standardowej [1]:

$$U(Y) = k \cdot u(Y) \quad (3)$$

gdzie: $U(Y)$ – niepewność rozszerzona, $u(Y)$ – niepewność standardowa, k – współczynnik rozszerzenia

Wartość współczynnika rozszerzenia k przyjmuje się w zależności od poziomu ufności przyporządkowanego przedziałom niepewności. Najczęściej $k = 2$ dla $P = 1 - \alpha \approx 0,95$ lub $k = 3$ dla $P = 1 - \alpha \approx 0,99$ [1].

Gdy wyznaczana wielkość Y zależy od

wielu wielkości wejściowych to wynik pomiaru tej wielkości jest funkcją wielu argumentów [1]:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_m) \quad (4)$$

Niepewność standardową złożoną, gdy argumenty funkcji (4) są niezależne, oblicza się ze wzoru [1]:

$$u(Y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial X_i} \right)^2 \cdot u^2(X_i)} \quad (5)$$

Do obliczenia niepewności standardowej złożonej (5) konieczne jest określenie niepewności składowych cząstkowych $u(X_i)$, związanych ze wszystkimi wielkościami wejściowymi i wpływającymi na wynik pomiaru.

Niepewności standardowe można wyznaczyć na podstawie serii obserwacji (metoda A) lub innymi bardziej praktycznymi sposobami (metoda B) [1].

Jeżeli liczba wyników w serii jest dostatecznie duża ($n > 30$) to można przyjąć, że niepewność standardowa $u(X)$ wyniku surowego jest równa odchyleniu standardowemu [1]:

$$u(X) = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (6)$$

gdzie: x_i – wyniki kolejnych pomiarów w serii, n – liczba pomiarów w serii, $u(X)$ – niepewność standardowa

Niepewność standardową można zmniejszyć poprzez wyznaczenie wartości średnich z pomiarów. Niepewność standardową dla średniej z serii obserwacji wyznacza się ze wzoru [1]:

$$u(\bar{X}) = \frac{u(X)}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n \cdot (n - 1)}} \quad (7)$$

Wykonując serię pomiarów, w warunkach powtarzalnych, otrzymuje się zbiór wyników surowych, których zmienność odwzorowuje zmienności błędów przypadkowych.

W przypadku wykonywania pojedynczych pomiarów niepewność standardową wyznacza się na podstawie właściwości przyrządów, danych uzyskanych podczas kalibracji lub z wcześniejszych pomiarów.

Najczęściej niepewność standardową w pojedynczych pomiarach ocenia się na podstawie błędów aparatury pomiarowej [4].

Pomiary odkształcalności podtorza i ich niepewności

Odkształcalność podtorza określana jest w trakcie jego próbnym obciążeniach. Obciążenia wykonuje się z zastosowaniem aparatury złożonej z: sztywnej płyty stalowej o średnicy 300 mm, dźwignika hydraulicznego wraz z kompletem przedłużek i przegubem sferycznym, pompy olejowej z odpowiednio skalibrowanym manometrem, czujników przemieszczeń oraz statywu stanowiącego poziom odniesienia. Podczas badania wykonuje się dwa cykle obciążenia i odciążenia płyty. Obciążenia płyty realizuje się stopniami po 0,05 MPa aż do uzyskania obciążenia maksymalnego (p_{max}). Odciążenie wykonuje się stopniami po 0,10 MPa. Wartości obciążenia maksymalnego oraz przedziału obciążenia (Δp), z którego wyznacza się moduły odkształcenia uzależnione są od rodzaju badanego podłoża. W wyniku badania określa się wartości pierwotnego modułu odkształcenia (E_1) z pierwszego obciążenia i wtórnego modułu odkształcenia (E_2) z drugiego obciążenia [2, 3]:

$$E_{1,2} = 0,75 \cdot \frac{\Delta p}{\Delta y} \cdot D \quad (8),$$

gdzie: $E_{1,2}$ – pierwotny ($_1$) i wtórny ($_2$) moduł odkształcenia [MPa], Δp – przedział obciążenia [MPa], Δy – różnica osiadań płyty w przyjętym przedziale obciążenia [mm], D – średnica płyty pomiarowej [mm]

Wynikiem badania jest również wartość wskaźnika odkształcenia wyznaczana z zależności:

$$b = \frac{\Delta y_1}{\Delta y_2} \quad (9),$$

gdzie Δy_1 – różnica osiadań płyty w przyjętym przedziale obciążenia z pierwszego (1) i drugiego (2) obciążenia [mm]

W celu zobrazowania sposobu określania niepewności pomiarowych, występujących w trakcie wykonywania próbnym obciążeniach podtorza, posłużono się przykładowymi wynikami badania odkształcalności podłoża gruntowego (tab. 1). Zgodnie z przepisami [3] zastosowano obciążenie $p_{max} = 0,25$ MPa i zakres obciążenia, z którego następnie wyznaczano wartości modułów odkształcenia i wskaźnika odkształcenia od 0,05 do 0,15 MPa. Do pomiarów wykorzystano aparaturę wyposażoną w: płytę sztywną o średnicy 300 mm, skalibrowany manometr określający wartości obciążenia przekazywanych na płytę z dokładnością do 0,01 MPa i jeden czujnik zegarowy, z którego odczytywano wartości przemieszczeń z dokładnością 0,01

mm. Średnicę płyty pomiarowej określono z dokładnością 1 mm.

Na skutek zastosowania, do badań odkształcalności podtorza, opisanej wyżej aparatury, wartości modułów odkształcenia, obliczane według równania (8), zależą od pięciu wielkości wyznaczanych w pomiarach bezpośrednich:

$$E = f(p_1, p_2, D, y_1, y_2) \quad (10),$$

Natomiast wartość wskaźnika odkształcenia uzależniona jest od czterech wielkości:

$$I_0 = f(y_{11}, y_{12}, y_{21}, y_{22}) \quad (11).$$

Dla określenia wartości niepewności standardowej złożonej w opisywanym doświadczeniu, posłużono się zależnością (5). Określono pochodne cząstkowe dla każdej z mierzonych w pomiarach bezpośrednich wielkości:

$$\frac{\partial E}{\partial p_i} = \mp 0,75 \cdot \frac{1}{y_{i2} - y_{i1}} \cdot D \quad (12)$$

$$\frac{\partial E}{\partial D} = 0,75 \cdot \frac{p_2 - p_1}{y_{i2} - y_{i1}} \quad (13)$$

$$\frac{\partial E}{\partial y_i} = \mp 0,75 \cdot \frac{(p_2 - p_1)}{(y_{i2} - y_{i1})^2} \cdot D \quad (14)$$

$$\frac{\partial I_0}{\partial y_{1j}} = \mp \frac{1}{y_{12} - y_{11}} \cdot D \quad (15)$$

$$\frac{\partial I_0}{\partial y_{2j}} = \pm \frac{y_{12} - y_{11}}{(y_{22} - y_{21})^2} \quad (16)$$

gdzie: $i = 1, 2$ dla pierwszego i drugiego obciążenia, $j = 1, 2$ dla dolnej i górnej wartości przedziału obciążenia, z którego wyznaczane są wartości modułów odkształcenia

Przy założeniu, że błędy odczytu narzędzi pomiarowych są wartościami granicznymi błędów o rozkładzie prostokątnym, wyznaczono niepewności standardowe cząstkowe $u(p_i)$, $u(D)$ oraz $u(y_i)$ [4]:

$$u(p_i) = \frac{\Delta p_g}{\sqrt{3}} = \frac{0,01}{\sqrt{3}} = 0,006 \text{ MPa},$$

$$u(D) = \frac{\Delta D_g}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,6 \text{ mm},$$

$$u(y_i) = \frac{\Delta y_g}{\sqrt{3}} = \frac{0,01}{\sqrt{3}} = 0,006 \text{ mm}$$

Następnie posługując się zależnościami (5) oraz (12) do (16) obliczono niepewności standardowe:

$$u(E) = \sqrt{2 \cdot \left(\frac{\partial E}{\partial p_i}\right)^2 \cdot u^2(p_i) + \left(\frac{\partial E}{\partial D}\right)^2 \cdot u^2(D) + 2 \cdot \left(\frac{\partial E}{\partial y_i}\right)^2 \cdot u^2(y_i)} \quad (17),$$

$$u(I_0) = \sqrt{2 \cdot \left(\frac{\partial I_0}{\partial y_{1j}}\right)^2 \cdot u^2(y_{1j}) + 2 \cdot \left(\frac{\partial I_0}{\partial y_{2j}}\right)^2 \cdot u^2(y_{2j})} \quad (18).$$

W celu uzyskania ostatecznych wyników doświadczenia, zgodnie z zależnością (1), obliczono niepewności rozszerzone mnożąc wartości niepewności standardowych przez współczynnik rozszerzenia $k = 2$. Wyniki cząstkowe oraz ostateczne zestawiono w tab. 2.

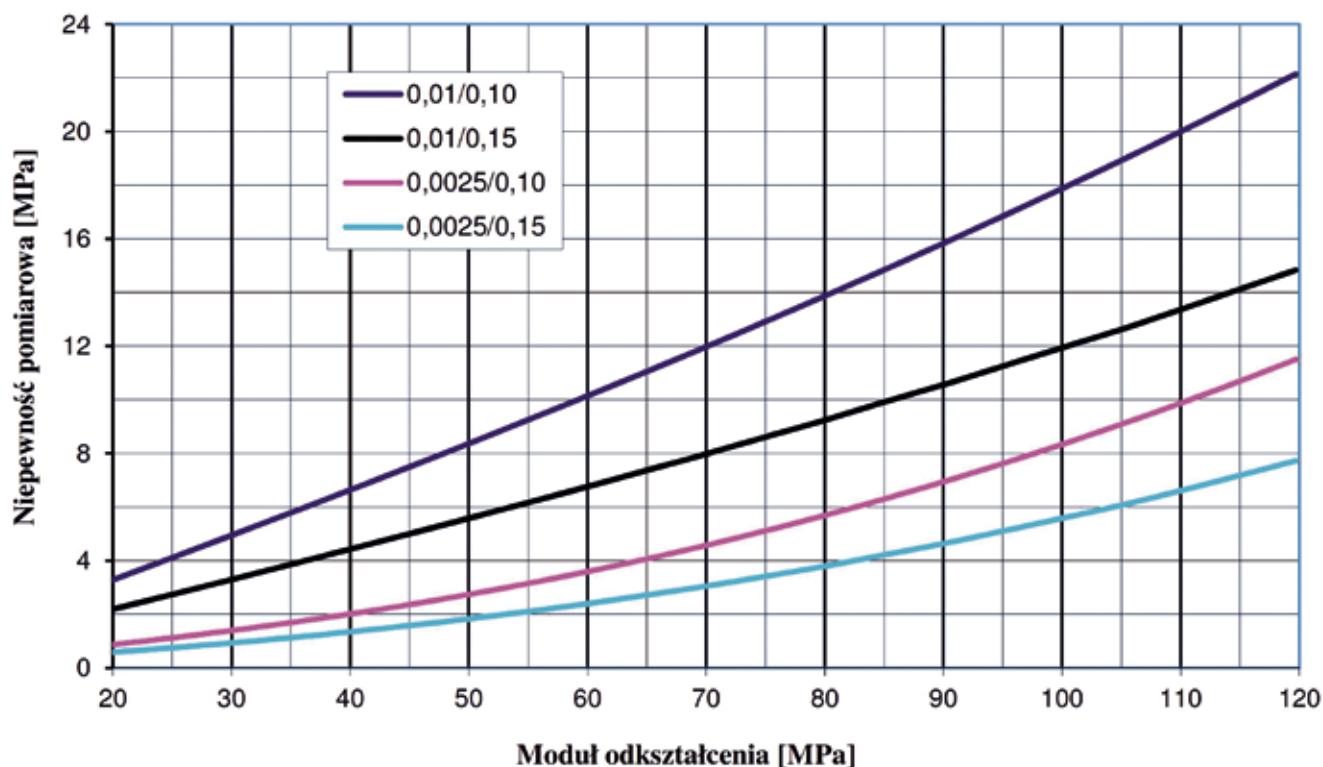
Z przeprowadzonej analizy uzyskano następujące wyniki badania odkształcalności podłoża: $E_1 = (20,1 \pm 3,3)$ MPa, $E_2 = (41,7 \pm 6,9)$ MPa oraz $I_0 = 2,07 \pm 0,07$. Na podstawie obliczonych wyników można zauważyć, że większym wartościom modułów odkształcenia odpowiadają większe niepewności pomiarowe. Wyznaczone niepewności pomiarowe wynoszą ponad 16% obliczonych wartości modułów odkształcenia. Niepewność wyznaczania wskaźnika odkształcenia równa jest około 3% jego wartości. Największy wpływ na uzyskane wartości niepewności, w pomiarach modułów odkształcenia, miały niepewności pomiaru przekazywanych obciążeń, stanowiły bowiem ponad 96% całkowitej wartości niepewności.

W celu uzyskania większej dokładności wyników można np. zastosować dokładniejsze przyrządy pomiarowe. Zastosowanie wyskalowanego manometru z działką elementarną 0,0025 MPa pozwoliłoby zmniejszyć niepewności pomiarowe trzykrotnie do około 5% obliczonych wartości modułów odkształcenia.

Mniejsze wartości niepewności pomiarowych uzyskuje się również gdy wartości modułów odkształcenia wyznaczane są z większego zakresu obciążenia. Na przykład zwiększając miarodajny zakres obciążenia z $\Delta p = 0,1$ MPa na $\Delta p = 0,15$ MPa uzyskuje się wyniki o około 33% dokładniejsze. Należy jednak pamiętać, że zwiększając zakres obciążenia Δp należy w badaniach zastosować również większe obciążenie końcowe p_{max} .

Na rysunku 1 przedstawiono, dla wybranego zakresu wartości modułów odkształcenia, niepewności pomiarowe dla różnych kombinacji błędów odczytu przekazywanych obciążeń i zakresów obciążenia, z którego moduły odkształcenia są wyznaczane.

Uwzględniając dokładność zastosowanej aparatury pomiarowej oraz przyjęty miarodajny zakres obciążenia (Δp) po przeprowadzonych próbnym obciążeniach podtorza, z rysunku 1 można, dla obliczonych wartości modułów odkształcenia, odczytać odpowiadające im wartości niepewności pomiarowych.



1. Niepewności pomiarowe występujące w badaniach odkształcalności podtorza dla różnych kombinacji błędów odczytu przekazywanych obciążeń (0,01 MPa i 0,0025 MPa) i zakresów obciążenia ($\Delta p = 0,1$ MPa oraz $\Delta p = 0,15$ MPa)

Tabela 1. Przykładowe wyniki badania odkształcalności podłoża gruntowego

Obciążenie [MPa]	Osiadanie [mm]	
	1	2
0,00	0,00	1,33
0,05	0,62	1,73
0,10	1,18	2,00
0,15	1,74	2,27
0,20	2,16	2,47
0,25	2,55	2,66
0,15	2,26	2,38
0,05	1,79	1,94
0,00	1,33	1,51

Tabela 2. Cząstkowe i ostateczne wyniki doświadczenia

Wielkość	1	2
E_s [MPa]	20,09	41,67
$u(E)$ [MPa]	1,647	3,461
$U(E)$ [MPa]	3,295	6,922
E [MPa]	$20,1 \pm 3,3$	$41,7 \pm 6,9$
I_{os}		2,074
$u(I_0)$		0,035
$U(I_0)$		0,070
I_0		$2,07 \pm 0,07$

Wnioski

1. Znajomość sposobu przeprowadzania próbných obciążeń podtorza, dla określenia wartości modułów jego odkształcenia i wskaźników odkształcenia oraz właściwej interpretacji uzyskanych wyników jest niezmiernie ważna.
2. Zastosowanie standardowej aparatury pomiarowej prowadzi do uzyskania wyniku o małej dokładności. Niepewność pomiarowa stanowiła około 16 % oszacowanych wartości modułów odkształcenia.
3. Największy wpływ na uzyskane wartości niepewności, w pomiarach modułów odkształcenia, miały niepewności pomiaru przekazywanych obciążeń.
4. Celowym jest prowadzenie badań nad niepewnościami pomiarowymi w oznaczaniu modułów odkształcenia podłoża w celu możliwości zastosowania uzyskanych wyników w praktyce inżynierskiej. ◀

Materiały źródłowe

- [1] Arendarski J.: *Niepewność pomiarów*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2006.
- [2] PKN. PN-S-02205 *Drogi samochodowe – Roboty ziemne – Wymagania i badania*. 1998.
- [3] PKP Polskie Linie Kolejowe S.A., *Id-3. Warunki techniczne utrzymania podtorza kolejowego*. 2009.
- [4] Turzeniecka D.: *Ocena niepewności wyników pomiarów*. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 1997.