

# Modelowanie numeryczne geometrii wzorców wad powierzchniowych szyn kolejowych

## Simulation of geometric pattern of surface flaws in railway rails



**Piotr Lesiak**

Dr hab. inż.

Wyższa Szkoła Ekonomii i  
Innowacji w Lublinie, Wydział  
Transportu i Informatyki

piotr.lesiak@wsei.lublin.pl



**Rafał Podsiadło**

Dr inż.

Uniwersytet Technologiczno-  
Humanistyczny im. K. Pułaskiego  
w Radomiu, Wydział Transportu i  
Elektrotechniki

r.podsiadlo@uthrad.pl

**Streszczenie:** W pracy przedstawiono wybrane modele geometryczne wzorców wad powierzchniowych szyn kolejowych. Wykorzystano do tego celu aplikację grafiki komputerowej opartą o krzywe Béziera, zaimplementowaną w programie symulacyjnym UM Loco. Pozwoliło to na zamodelowanie profili szyn z wzorcowymi wadami. Tak utworzone wady, posłużyły do badań symulacyjnych dynamiki układu tor - pojazd, przy przejeździe wagonu towarowego z różnymi prędkościami. Przeanalizowano wpływ wymiarów wybranych wzorców wad, na wartość sił kontaktowych, pod kątem zagrożeń eksploatacyjnych.

**Słowa kluczowe:** Grafika komputerowa; Szyny; Wzorce wad powierzchniowych; Symulacja; Siły kontaktowe

**Abstract:** The paper presents selected models of geometric patterns of surface flaws in railway rails. The simulation based on Bezier's splines has been carried out using UM Loco simulation software. It allows for the simulation of the rail profile with pattern flaws. These flaws have been used to simulate dynamic interaction between the vehicle and the track for the freight carriage moving with different speeds. The impact of the flaw dimensions on the contact forces have been analyzed.

**Keywords:** Computer graphics; Rails; Patterns of surface flaws; Simulation, Contact forces

Wady powierzchniowe szyn kolejowych, szczególnie te zaliczane do grupy kontaktowo – naprężeniowych RCF - ang. *Rolling Contact Fatigue*, należą do coraz liczniejszej grupy uszkodzeń szyn [1], [3] i [9]. Konsekwencje ich rozwoju z reguły objawiają się złożonymi nierównościami powierzchni tocznej szyny, co stwarza zagrożenie eksploatacyjne, ze względu na wzrost sił kontaktowych tor -pojazd. Jest to zjawisko odwrotne, do znanych i powszechnie diagnozowanych przez PKP PLK S.A. uszkodzeń powierzchni tocznych kół [7], ale o podobnych skutkach dla toru.

Dlatego autorzy postanowili zamodelować w postaci numerycznej geometrię kilku typowych wzorców tych wad, w celu obiektywnej ich oceny dla potencjalnych pęknięć (złamań) szyn, w tych newralgicznych miejscach. Jest to zagadnienie niezwykle istotne, gdyż niesie za sobą nie tylko wzrost kosztów napraw, ale przede wszystkim pogorszenie stanu bezpieczeństwa ruchu pociągów.

Pierwsze próby analizy tych problemów podjęte przez autorów, przedstawiono w pracy [8]. Współautor tworzył też modele fizyczne wzorców wad powierzchniowych w szynach, *Head*

*Checking* i *Squat*, ale dla celów badań diagnostyki wykorzystującej metodę skaterometrii laserowej [6].

Wykorzystanie w praktyce zaproponowanych przez autorów wzorce modeli wad, pozwalają na obiektywną ocenę metrologiczną wartości maksymalnych dynamicznych sił kontaktowych, towarzyszących przejazdowi pociągu, w stosunku po rzeczywistych wad o podobnym kształcie w torze kolejowym. W tym celu oszacowano wpływ zmian wymiarów wzorców, na wartość tych sił.

### Prezentacja wzorców wad powierzchniowych

W celu wizualnej prezentacji analizowanych typów wzorców wad powierzchniowych, stworzono dla nich modele 3D, rys. 1. Odpowiadają one wadom rzeczywistym, spotykanym w torze, rys. 2. Można tu wyróżnić wady typu *Split*, *Spalling* [12], *Squat* i wybuksowanie [4]. Zdefiniowano ich wymiary długości szerokości i głębokości, w celu ich dalszej oceny na zagrożenia eksploatacyjne.

Wady zamodelowano na szynie o profilu UIC60. Analogie wad rzeczywistych

odpowiadające ich modelom, przedstawiono na rys. 2. Pierwsze to pęknięcie poziome, które charakteryzuje się stopniowym oddzieleniem górnej części główki szyny (ang. *Horizontal Split Head*) – katalog nr 212. Pęknięcie rozpoczyna się wewnątrz główki szyny i postępuje równolegle we wszystkich kierunkach do powierzchni tocznej. W późniejszym stadium następuje oddzielenie fragmentu metalu, co powoduje to miejscowe obniżenie powierzchni tocznej, rys. 1a i 2a.

Pęknięcie pionowe główki szyny staje się początkiem wady, w wyniku której odpada połowa główki szyny aż do szyjki (ang. *Vertical Split Head*), rys. 1b i 2b (katalog nr 213) [4]. Mniejszy zakres tego zjawiska, będący między innymi pogłębionym efektem wad *shelling*, to boczny *Split*. Następuje wówczas odebranie krawędzi główki szyny, rys. 1c i 2c (katalog nr 2222).

Kolejne uszkodzenie powierzchni tocznej szyny, pochodzenia hutniczego, to wykruszenie fragmentu powierzchni tocznej, czyli ang. *Center Rail Spalling*, rys. 1d i 2d. Wada ta zaczyna się od płytkiego horyzontu, powodując stopniowe obniżanie się powierzchni tocznej szyny.

Wady z rys. 1e i 2e, to popularne squaty, reprezentujące grupę wad kontaktowo – naprężeniowych (katalog nr 227). Mogą one występować w różnych miejscach powierzchni tocznej szyny, w jej poziomej osi, lub też przesuwać się do środka toru, gdzie występuje największe obciążenie obręczy koła.

Ostatnim przedstawicielem rozpatrywanych w pracy wad powierzchniowych, jest klasyczne wybuksovanie, rys. 1f i 2f (katalog nr 2252). Występują one szczególnie w miejscach rozruchu ciężkich składów towarowych, najczęściej przed semaforami.

## Algorytm modelowania numerycznego geometrii profili wzorców wad

Do modelowania profili wzorców wad powierzchniowych w szynach, wykorzystano krzywe Béziera [5]. To parametryczne krzywe powszechnie stosowana w grafice wektorowej. Każda współrzędna punktu krzywej jest pewną funkcją liczby rzeczywistej. Ze względu na rodzaj tych funkcji mówi się o krzywych wielomianowych oraz krzywych wymiernych. Krzywa jest definiowana za pomocą łamanej kontrolnej, składającej się z punktów kontrolnych. Kształt krzywej Béziera opisują wielomiany, dla których przyjęto dziedzinę  $t \in [0,1]$ . Stopień wielomianu wprost zależy od liczby punktów kontrolnych – wynosi  $n$  (liczba punktów kontrolnych minus jeden). Na rys. 3 przedstawiono przykładową krzywą Béziera  $C$ , jej punkty kontrolne 1, 2, 3, 4, oraz jej łamaną kontrolną  $P$ .

Wzór na krzywą Béziera o większej niż 4 punktów kontrolnych można opisać wielomianem:

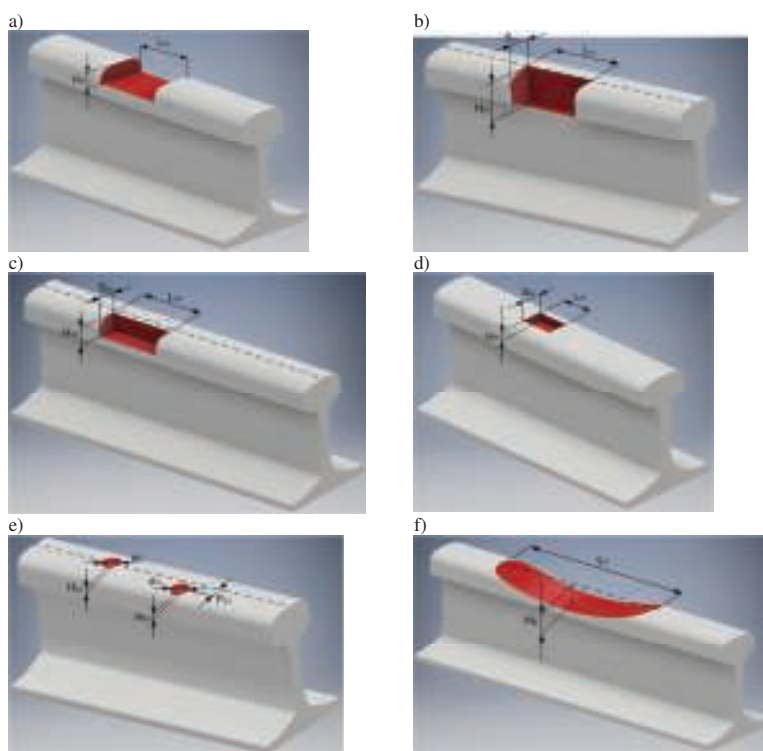
$$B(t) = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} (1-t)^{n-i} t^i P_i$$



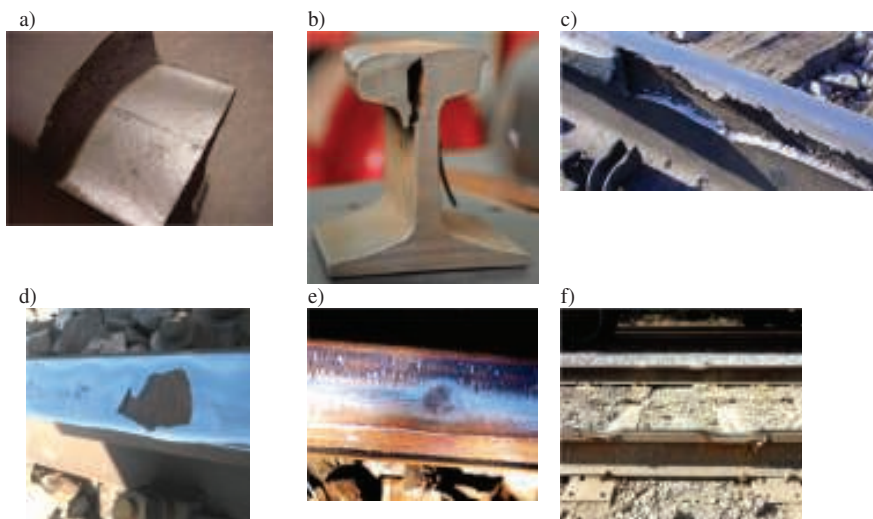
3. Przykład tworzenia krzywej Béziera

$$= (1-t)^n P_0 + \binom{n}{1} (1-t)^{n-1} t P_1 + \dots + \binom{n}{n-1} (1-t) t^{n-1} P_{n-1} + t^n P_n$$

$t \in [0, 1]$  (1)



1. Prezentacja 3D wad powierzchniowych: a) Split horyzontalny, b) Split wertykalny, c) Split boczny, d) Spalling, e) Squat w osi wzdłużnej szyny i przesunięty, f) wybuksovanie (opracowanie własne)



2. Rzeczywiste wady będące odpowiednikami prezentacji 3D z rys. 1 [2], [12], [13], [14] i [16]

gdzie:

$$\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}$$

$n$  – stopień wielomianu opisującego krzywą Béziera,  $i$  – liczba punktów kontrolnych.

W badaniach symulacyjnych wykorzystano z programu UM Loco [11], [17], gdzie zostały zaimplementowane krzywe Béziera. Poprzez zdefiniowanie punktów profili, otrzymano założone ich wzorcowe zarysy. Na rys. 4 pokazano przypadki z rys. 1, poza wybuksovaniem, które tworzone jest na zasadzie sklejanego wielu profili. W celu określenia

punktów kontaktowych, na profile nałożono zarys obręczy koła.

Przykłady współrzędnych dla wybranych profili wzorca wady, przedstawiono w tabeli 1, wraz z legendą. Określenie  $S$  (ang. *Spline*), oznacza funkcję sklejaną. Funkcja ta jest ciągła i ma ciągłe pochodne. W metodzie tej stosowane są funkcje zdefiniowane jako wielomiany niskiego stopnia osobno dla każdego odcinka pomiędzy sąsiednimi węzłami interpolacyjnymi. Te lokalne wielomiany są jednak tak dobrane, aby oprócz warunków interpolacji spełniały warunki sklejanego w taki sposób, aby cała funkcja była funkcją o odpowiedniej

regularności. Krzywa B-sklejana (ang. *B-spline*), to jedna z najczęściej stosowanych reprezentacji parametrycznych krzywych sklepanych. Charakteryzują ją

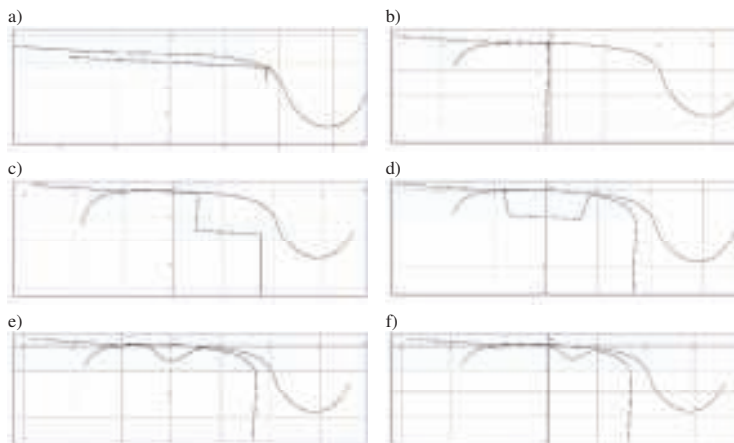
dwa parametry:  $n$  - stopień sklepanych krzywych wielomianowych (w praktyce zwykle niewielki, wynosi 2, 3 lub 4, rzadziej więcej),  $m$  - liczba podprzedziałów,

na których definiowane są kolejne części krzywej. Reprezentowana jest przez  $m - n$  krzywych Béziera, jednak punkty kontrolne nie wystarczają do właściwego wyznaczenia takiej liczby krzywych. Trzeba znaleźć dodatkowe punkty, które pozwolą skonstruować wszystkie krzywe Béziera 3. stopnia w taki sposób, by była zachowana ciągłość parametryczna.

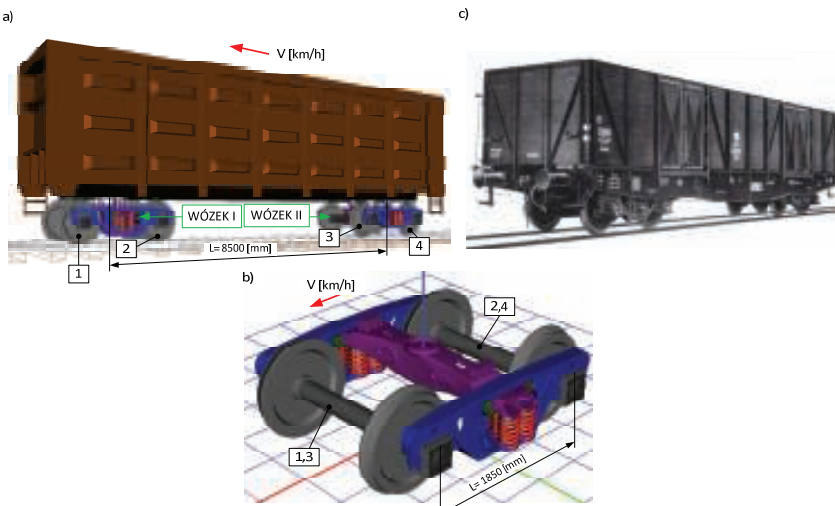
Tab. 1. Współrzędne wzorców profili wad

Profil wzorca wady Squat umieszczonej w osi szyny (rys. 4e)			Profil wzorca wady Spalling (rys. 4d)		
Wsp X	Wsp Y	Typ	Wsp X	Wsp Y	Typ
-35	-36.6	L	16.46	-0.61	S
-37.1	-36.12	L	19.13	-0.95	S
-36.7	-28.7	L	21.90	-1.40	S
-36.5	-23.8	L	24.76	-1.97	S
-36.1	-15.3	L	26.24	-2.31	S
-35.68	-12.04	B	27.67	-2.76	S
-34.63	-9.11	B	29.02	-3.36	S
-32.95	-6.54	B	30.27	-4.11	S
-31.89	-5.42	B	31.43	-4.96	S
-30.78	-4.43	B	32.48	-5.98	S
-29.38	-3.56	B	33.41	-7.08	S
-27.95	-2.88	B	34.21	-8.28	S
-26.42	-2.36	B	34.88	-9.57	S
-24.81	-1.99	B	35.41	-10.94	S
-23.24	-1.66	B	35.78	-12.38	S
-21.70	-1.37	B	35.99	-13.88	S
-18.71	-0.89	B	36.07	-15.40	S
-15.84	-0.55	B	36.14	-16.97	S
-13.09	-0.31	S	36.21	-18.30	S
-10.43	-0.18	S	36.35	-21.05	L
-7.86	-0.10	S	36.5	-23.8	L
-5.7	-0.8	S	36.61	-26.24	L
-4.3	-2.7	S	36.73	-28.73	L
-2.8	-4.8	S	36.86	-31.19	L
0.3	-5.9	S	36.98	-33.65	L
3.6	-4.8	S	37.1	-36.12	L
6.5	-1.1	S	35	-38.641	L
8.87	-0.13	S			
11.34	-0.21	S			
13.86	-0.37	S			

Legenda: L - linia prosta, S - funkcja sklejana (ang. *S-spline*), B - krzywa sklejana (ang. *B-spline*), C - zaokrąglenie, Źródło: (opracowanie własne)



4. Profile wzorców wad przy współpracy z powierzchnią toczną koła: a) Split horyzontalny, b) Split wertykalny, c) Split boczny, d) Spalling, e) Squat w osi wzdłużnej szyny f) Squat przesunięty względem osi wzdłużnej szyny (opracowanie własne)



5. Widok wagonu towarowego wykorzystywanego w symulacjach: a) wagon towarowy oraz b) wózek jezdny utworzone w UM LOCO, c) rzeczywisty wagon wyposażony w wózki daimond

## Badanie wpływu rozmiarów wzorców wad na siły kontaktowe

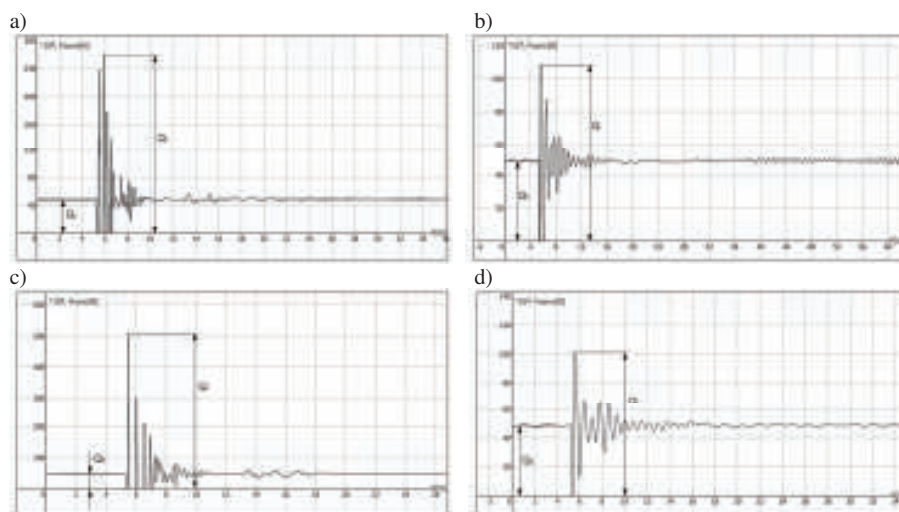
Poddano badaniom wartości sił kontaktowych koło - szyna w zależności od rozmiarów wybranych wad powierzchniowych, podczas przejazdu wagonu towarowego. W symulacji wykorzystano wagon wyposażony w wózki daimond, rys. 5. Model tego wagonu był stosowany przez autorów w pracach [7], [10] i został utworzony w pakiecie UM LOCO [17]. Przyjęto jego prędkość  $V=20$  i  $80$  km/h, oraz masę pudła  $M_p=30$  t. Wszelkie analizy rozpatrzono dla zestawu nr 1, jak na rys. 5a. Tor kolejowy zamodelowano jako prosty, w postaci nieskończenie długiej belki o podporze sprężystej. Przyjęto umownie, że tor jest twardy o tłumieniu  $k_p=8,5 \times 10^7$  N/m i sprężystości  $c_p=3,8 \times 10^4$  N/m. W przypadku przetaczania się kół wagonu w obrębie wzorców powierzchniowych wad szyny, siła nacisku kół ulega dynamicznej zmianie, rys. 6. I tak dla modelu wzorca wady *Split* horyzontalny, jak na rys. 1a i 2a, porównano na rys. 6a i 6b wpływ prędkości wagonu. Dynamiczna siła obciążenia szyny  $Q_d$  przez koło zestawu nr 1, bez względu na prędkość wynosi około 50 kN. Natomiast istotne są zmiany chwilowe siły reakcji  $Q_r$ . Przy małej prędkości  $V=20$  km/h, maksimum tej siły jest istotnie większe, około 260 kN, w porównaniu do prędkości  $V=80$  km/h, gdzie wynosi tylko 110 kN. Po najeździe koła na krawędź (uskok) wzorca wady, następuje w pierwszej chwili jego odciążenie, a następnie uderzenie w dno wady, przy czym inercyjny system zawieszenia wózka wagonu ma mniej czasu przy większej prędkości, stąd siła uderzenia  $Q_r$  istotnie maleje. Należy zauważyć, że odciążenia koła dla prędkości  $V=20$  km/h powtarzają się, co można interpretować utratą jego kontaktu w obrębie wzorca wady. Po najeździe na drugą krawędź, koło już na nieuszkodzonej szynie wykonuje cykl tłumionych drgań, przy czym ich amplituda maleje w miarę zwiększania prę-

kości. Reasumując, przejazd wagonu po wzorcu wady horizontalnej *Split*, jest mniej uciążliwy dla toru, w miarę wzrostu prędkości. Podobnie zjawiska występują dla wzorca *Splitu* wertykalnego, gdzie wzrost prędkości do  $V=80$  km/h, istotnie poprawia stabilność ruchu wagonu, rys. 6d, i zmniejsza siły reakcji  $Q_r$  do 105 kN z 550 kN przy  $V=20$  km/h. Dlatego ten wzorec wady, szczególnie dla małych prędkości i znacznej długości, stwarza realne niebezpieczeństwo wykołowania nie tylko wskutek przeciążenia toru, ale i ruchu poprzecznego zestawu, rys. 1b. Kształty i amplitudy przebiegów sił kontaktowych dla wzorców wad *Splitu* horizontalnego i wertykalnego, przy większych prędkościach, są bardzo do siebie zbliżone, rys. 6b i 6d, co świadczy o podobieństwie ich oddziaływania na pojazd szynowy.

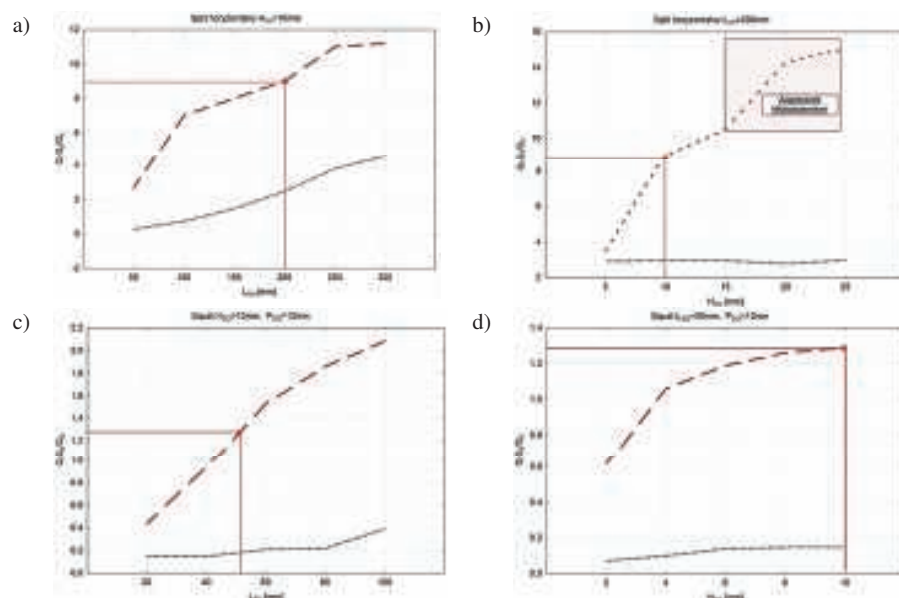
Rozważania dotyczące zjawisk dynamicznych dla wzorca *Splitu* horizontalnego z rys. 1a, potwierdzają również przykładowe wykresy z rys. 7a i 7b, które dotyczą oceny geometrii tej wady na wartość sił reakcji. I tak, dla długości tej wady  $L_{HS}=200$  mm, przy prędkości  $V=20$  km/h, stosunek maksymalnych amplitud sił reakcji i dynamicznej jest znaczący  $(Q_r - Q_d)/Q_d = 9$ , dla głębokości wady 10 mm. Graniczna wartość głębokości tego uszkodzenia dla stabilnego przejazdu koła, wynosi  $H_{SH}=150$  mm. Po przekroczeniu tej długości, zachodzi możliwość wykołowania wagonu, rys. 7b. Należy tu zwrócić uwagę na gwałtowny wzrost pionowej siły reakcji  $Q_r$ , która w stosunku do siły dynamicznej  $Q_d$  przekracza wartość 10. W praktyce spowoduje to pęknięcie lub złamanie szyny [15].

Mniej uciążliwe zjawiska występują dla wzorca wady *Squat*, przesuniętej względem osi wzdłużnej szyny o wartość  $P_{SQ}=12$  mm, rys. 1e i rys. 7c i 7d.

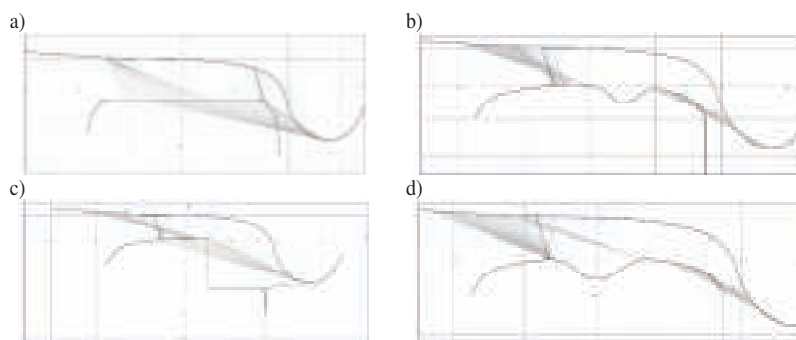
Stosunek wymienionych sił, niewiele różni się od jedności przy małej prędkości  $V=20$  km/h, co jednoznacznie oznacza niewielki wpływ tej wady na siły reakcji pionowej  $Q_r$ . Potwierdza to też analiza miejsca kontaktu szyna – koło w przypadku toru prostego, rys. 8b w porównaniu z wzorcem wady *Split* horizontalny, rys. 8a, dla którego uzyskano niewspółmiernie większe siły reakcji. Ponadto na rys. 8, dla kilku wzorców wad, przedstawiono wszystkie możliwe kontakty szyny z profilem koła dla różnych wartości przesunięcia poprzecznego. Widoczne linie zawarte pomiędzy pro-



6. Dynamiczne zmiany pionowej siły kontaktowej koło – wzorec wady szyny: a) *Split* horizontalny o długości 200 mm i głębokości 10 mm (po przekroczeniu 15 mm zachodzi możliwość wykołowania – rys.7b), przy prędkości 20 km/h, b) jak a) dla  $V=80$  km/h, c) i d) *Split* wertykalny odpowiednio jak horizontalny z a) i b) (opracowanie własne)



7. Ilustracja zależności amplitudy względnej siły kontaktowej od rozmiarów wzorców wad w szynach, przy różnych prędkościach: a) i b) *Split* horizontalny jak na rys.1a, c) i d) *Squat* przesunięty jak na rys. 1e, gdzie oznaczono linią kreskowaną zależności dla  $V=20$  km/h a linią kropkowaną dla  $V=80$  km/h (opracowanie własne)



8. Ilustracja obszarów kontaktów szyna – obręcz koła w torze prostym dla wzorców wad: a) *Split* horizontalny, b) *Squat* przesunięty, c) *Split* boczny, d) *Squat* symetryczny względem osi szyny (opracowanie własne)

filami szyny i koła wskazują te punkty kontaktowe. Gruba linia odpowiada bieżącej pozycji wzajemnej położenia profilu koła względem szyny. Wady należące

do tej grupy, szczególnie licznie występują na łukach linii kolejowych, gdzie profil i przechyłka toru, predysponują te miejsca do ich powstawania.

## Wnioski

Przeprowadzone w pracy badania symulacyjne oraz ich analiza, stanowią oryginalny dorobek autorów. Pozwalają one na określenie krytycznych rozmiarów wybranych wad powierzchniowych, które mogą stanowić zagrożenie dla ruchu pojazdów, w praktyce ich wykojenie. Badania symulacyjne wykonano przy określonych upraszczających założeniach, a mianowicie: prosty tor, dedykowany model wagonu towarowego o przyjętej masie z ładunkiem, stałe parametry dynamiczne podtorza (twarde), wzorcowe kształty wad. Finalnym działaniem powinna być praktyczna weryfikacja uzyskanych badań symulacyjnych w oparciu o pomiary sił kontaktowych na rzeczywistych pojazdach szynowych w różnych warunkach infrastruktury szynowej. Przydatnym miejscem do celu wydaje się być tor doświadczalny.

Autorzy upatrują, że można w ten sposób stworzyć pewne narzędzia kalibracyjne, które pozwolą na ocenę geometrii powierzchniowych wad w szynach. ◀

## Materiały źródłowe

- [1] Canjea S., Lovejoy L.G.: TCRP Report 155: Track Design Handbook for Light Rail Transit. Second Edition. Chapter 2: Light Rail Transit Vehicles. Transportation Research Board of the National Academies, Washington, DC, 2012, s. 2.1-2.58.
- [2] Beneberu A.: Rail Crack Analysis with Inspection and Maintenance Plan at Transition Section Between Bridges and Embankments. Addis Ababa University, 2016.
- [3] Grulkowski S., Kędra Z., Zariczny J.: Problemy diagnostyki szyn kolejowych w torach i rozjazdach. Inżynieria Morska i Geotechnika, nr 5/2014, s. 497-504.
- [4] Katalog wad w szynach. UIC 712R, 2002.
- [5] Kiciak P.: Podstawy modelowania krzywych i powierzchni. Zastosowania w grafice komputerowej. Wyd. WNT 2019.
- [6] Lesiak P., Wlazło M.: Model optyczny skaterometrii laserowej wzorców wad powierzchniowych szyn kolejowych. Autobusy, Technika, Eksploatacja, Systemy Transportowe, nr 3/2013, s.1655 – 1664.
- [7] Lesiak P., Podsiadło R.: Badania symulacyjne interakcyjnego oddziaływania uszkodzonych powierzchni kół zestawów kołowych w wózku wagonowym na tor kolejowy. Technika Transportu Szynowego, 12/2015, s. 913-919.
- [8] Lesiak P., Podsiadło R., Stokłosa J.: Symulacyjne badania dynamicznego oddziaływania pojazdu na szynę z wadami powierzchniowymi. „Projektowanie, budowa i utrzymanie infrastruktury w transporcie szynowym” INFRA-SZYN 2018, Wyd. ITE-PIB Radom 2018, rozdział w książce, s. 135-143.
- [9] Migdal M.: Zarządzanie szynami z wadami squat. III SDIS Warszawa 2018.
- [10] Pawełczyk M., Lesiak P., Podsiadło R.: Simulation study of the 4-axle wagon damaging impact on the track caused by some deformations of the wheel. 22th International Conference, Current Problems in Rail Vehicles - PRORAIL 2015. Proc. Vol. II, September 16 – 18, 2015, Žilina, Slovakia, s. 115-125.
- [11] Podsiadło R.: Wspomaganie komputerowe w symulacji dynamiki ruchu pojazdów szynowych. Logistyka 6/2014, s. 8846-8850.
- [12] Rail Defect Manual. Compiled by Sperry Rail Service for the use of the rail roads. Rev.5/16, 2016.
- [13] Railway Investigation Report R15H0021. Main-track train derailment. Canadian National Railway Company, Ontario 2015.
- [14] TMC 226, Rail Defects Handbook, RailCorp Engineering Manual - Track, Version 1.2, Issued June 2012.
- [15] Towpik K.: Infrastruktura drogi kolejowej. Obciążenia i trwałość nawierzchni. Wyd. ITE - PIB, Warszawa – Radom 2006.
- [16] Track Inspector Rail Defect Reference Manual. Office of Railroad Safety, U.S. Department of Transportation, Federal Railroad Administration, July 2015, Revision 2.
- [17] Universal Mechanizm – ver.6.0, Help Documentation, Laboratory of Computational Mechanics Brayansk State Technical University. Getting Started: Railway Vehicle Dynamics.

## REKLAMA



## CZAS NA INNOWACYJNE BUDOWNICTWO

Oferujemy profesjonalne usługi z zakresu:

- budowy infrastruktury komunikacyjnej, sieci instalacyjnych i obiektów hydrotechnicznych,
- wykonywania pomiarów geodezyjnych, tworzenia map do celów projektowych, wytyczenia budynku i sieci.



W BUDOWNICTWIE WYBIERZ FIRME,  
KTÓREJ MOŻESZ ZAUFAC

Zobacz, co już wybudowaliśmy  
i dla kogo pracowaliśmy:  
[www.gm-roads.pl](http://www.gm-roads.pl)

### Biuro:

ul. Krzemieniecka 47,  
54-613 Wrocław

### Budownictwo inżynieryjne:

tel.: (71) 300 12 40  
e-mail: [info@gm-roads.pl](mailto:info@gm-roads.pl)

### Geodezja:

tel.: 697 660 932  
e-mail: [m.wozniak@gm-roads.com](mailto:m.wozniak@gm-roads.com)

### Siedziba firmy:

ul. Wrocławska 41, Łażany  
58-130 Żarów