

Dwustronna więź kontaktowa Hertz'a w numerycznej analizie drgań sprzężonego układu pociąg-tor

Two-way Hertzian spring in numerical analysis of coupled train-track system vibrations



Danuta Bryja

Dr hab. inż., prof. PWR

Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego, Politechnika Wrocławska

danuta.bryja@pwr.edu.pl



Wojciech Chojnacki

Mgr inż.

(student) Wydział Architektury, Politechnika Wrocławska

211490@student.pwr.edu.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono i porównano dwie metody symulacji drgań układu pociąg-tor, różniące się modelem kontaktu koło-szyna. W pierwszej metodzie zastosowano dwustronną, odkształcalną więź kontaktową typu Hertz'a, w drugiej – więź nieodkształcalną. W obu metodach przyjęto płaski model obliczeniowy, złożony z belki Eulera spoczywającej na podłożu sprężysto-tłumiącym typu Winklera i zestawu pojazdów szynowych modelowanych układami dynamicznymi o dziesięciu stopniach swobody. Przedstawiono wyniki analiz numerycznych, których celem było określenie wpływu podatności dwustronnych więzi kontaktowych na wyniki symulacji drgań rozważanego układu. Stwierdzono, że zastąpienie sztywnych więzi kontaktowych przez dwustronne więzi sprężyste Hertz'a nie ma istotnego wpływu na symulacje drgań toru i ma niewielki wpływ na symulacje drgań nadwozia pojazdu i wózka jezdnego. Zaproponowana metoda symulacji będzie mogła być wykorzystana do badań numerycznych zjawiska chwilowego odrywania kół od szyn, po niewielkich modyfikacjach w celu wprowadzenia jednostronnych więzi Hertz'a (nie przenoszących sił rozciągających), które są dokładniejszym modelem kontaktu.

Słowa kluczowe: Układ pociąg-tor; symulacje drgań; zagadnienie kontaktowe; więź Hertz'a

Abstract: The paper presents and compares two methods for simulation the train-track system vibrations, differing in the wheel-rail contact model used. In the first method, two-way Hertzian spring is used, in the second – a non-deformable constraint. In both methods, a flat computational model is assumed, consisting of an Euler-Bernoulli beam resting on a Winkler-type elastic foundation with damping and a set of rail vehicles modeled by dynamic systems with ten degrees of freedom. The results of numerical analysis are presented, in order to determine an influence of the contact constraints' deformability on the vibration simulations. It is found that the replacement of non-deformable contact constraints by two-way Hertzian springs has no significant effect on track vibration simulations and has a little effect on vibration simulations of vehicle body and bogie. The developed simulation method can be used for numerical studies of the phenomenon of instantaneous detachments of wheels from rails, after minor modifications directed to introduce one-way Hertzian springs (i.e. not carrying tensile forces) being a more accurate contact model.

Keywords: Train-track system; vibration simulations; contact problem; Hertzian spring

Dobór modelu kontaktowego opisującego styk koła pojazdu kolejowego z szyną stanowi jeden z podstawowych problemów dynamiki obliczeniowej sprzężonego układu pociąg-tor. W literaturze istnieje wiele teorii opisujących zjawiska występujące w strefie kontaktu koła z szyną. Prostą ich klasyfikację, opracowaną na podstawie znanej pracy Kalkera [1], przedstawiono w monografii [2] z 1984 roku. Bazuje ona na podziale teorii kontaktu tocznego na kilka podkategorii. Pierwsza z nich to podział na teorie dokładne i uproszczone, gdzie teorie dokładne bazują na założeniu, że koło i szyna w pobliżu powierzchni kontaktu są traktowane jako półprzestrzeń sprężysta, a związki

konstrytywne wynikają z teorii sprężystości. W teoriach uproszczonych stosuje się parametry zależne jedynie od powierzchni kontaktu dwóch ciał, bez wprowadzania pojęcia półprzestrzeni. W kolejnym podziale wyróżnia się teorie dynamiczne, w których uwzględniane są efekty bezwładnościowe i teorie quasi-statyczne, w których te efekty są pomijane. Najbardziej oczywistym podziałem jest rozróżnienie teorii trójwymiarowych i dwuwymiarowych. W monografii Bosso i in. [3] z 2013 roku można znaleźć obszerny przegląd współczesnych modeli kontaktowych, na ogół bardzo złożonych i wykorzystujących modelowanie MES. Przedstawiane tam modele znajdują

zastosowanie w zagadnieniach mechaniki pojazdów kolejowych.

Zdecydowanie prostsze modele kontaktowe są stosowane w symulacjach numerycznych drgań sprzężonego układu pociąg-tor, przeznaczonych do analiz dynamiki toru kolejowego. Zazwyczaj modelem kontaktu jest wtedy tzw. sprężyna kontaktowa typu Hertz'a (ang. *Hertzian spring*) [4], [5], która jest najczęściej traktowana jako więź dwustronna czyli przenosząca zarówno ściskanie jak i rozciąganie. Przy dużych prędkościach jazdy, dwustronny model kontaktu odbiega znacznie od rzeczywistości, ponieważ pomija chwilowe odrywania zestawów kołowych od szyn. Więż jednostronną,

przenosząc tylko ściskanie zastosowano m.in. w pracy Podwórnej i Klasztornego [6] poświęconej badaniom wpływu wybranych cech pojazdów kolejowych na drgania belki swobodnie podpartej idealizującej most belkowy. Zestawy pojazdów kolejowych modelowano w tej pracy kolejno jako: układy ruchomych sił, mas nieresorowanych oraz jedno- i dwumasowych oscylatorów lepko-sprężystych. Mimo obszernych i ciekawych analiz, nie przedstawiono jednak porównania z rozwiązaniami alternatywnymi z zastosowaniem więzi dwustronnej.

Praca [6] zainspirowała autorów tego artykułu do podjęcia badań, których finalnym celem ma być oszacowanie wpływu zastosowania jednostronnej więzi kontaktowej Hertz'a w symulacjach drgań układu pociąg-tor, poprzez porównanie z rezultatami uzyskanymi przy zastosowaniu typowej więzi dwustronnej. Niniejszy artykuł przedstawia pierwszy etap badań, w którym opracowano metodę symulacji drgań układu uwzględniającą typową, dwustronną więź kontaktową Hertz'a na styku zestawów kołowych i szyn. Metoda jest tak pomyślana, aby po niewielkich modyfikacjach planowanych w drugim etapie prac, umożliwiła wykonanie obliczeń z zastosowaniem więzi kontaktowej jednostronnej. W części numerycznej porównano wyniki symulacji przebie-

gów przemieszczeń oraz prędkości i przyspieszeń drgań poszczególnych elementów wybranego pojazdu kolejowego i wybranych punktów toru, wyznaczone przy użyciu dwóch algorytmów – z uwzględnieniem dwustronnej więzi typu Hertz'a i z pominięciem podatności tej więzi, tzn. przy założeniu więzi nieodkształcalnej na ruchomym styku koło-szyna. Zbadano także wpływ sztywności odkształcalnej więzi kontaktowej na wyniki symulacji drgań układu pociąg-tor.

Metoda symulacji drgań układu pociąg-tor

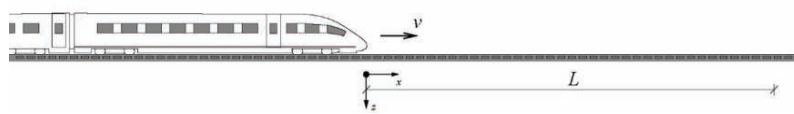
Przedmiotem rozważań są drgania pionowe płaskiego modelu układu składającego się z dwóch sprzężonych podukładów dynamicznych: 1) zestawu czteroosiowych pojazdów kolejowych, z których każdy jest traktowany jako układ dyskretny o 10 stopniach swobody, oraz 2) toru będącego ciągłą belką Eulera-Bernoulliego spoczywającą na podłożu sprężysto-tłumiącym typu Winklera. Ogólny schemat układu przedstawiono na rysunku 1. Przyjęto, że zestaw pojazdów (pociąg) porusza się ze stałą prędkością v po odcinku toru odkształcalnego o długości L , dostatecznie dużej, aby w sensie numerycznym odcinek modelował tor nieskończenie długi. Przed wjazdem na odcinek L i po zjeździe z

odcinka pociąg porusza się po torze niepodatnym. Każdy z pojazdów jest systemem trzech tarcz masowych zastępujących nadwozie i wózki jezdne oraz czterech mas skupionych modelujących zestawy kołowe. Elementy te są połączone więziami liniowo-sprężystymi i tłumikami wiskotycznymi, które modelują dwustopniowe zawieszenie. Między zestawami kołowymi a torem wprowadzono dwustronne liniowo-sprężyste więzi kontaktowe typu Hertz'a o sztywności k_H . Model dynamiczny pojazdu pokazano na rysunku 2, wraz z oznaczeniami dynamicznych przemieszczeń elementów masowych.

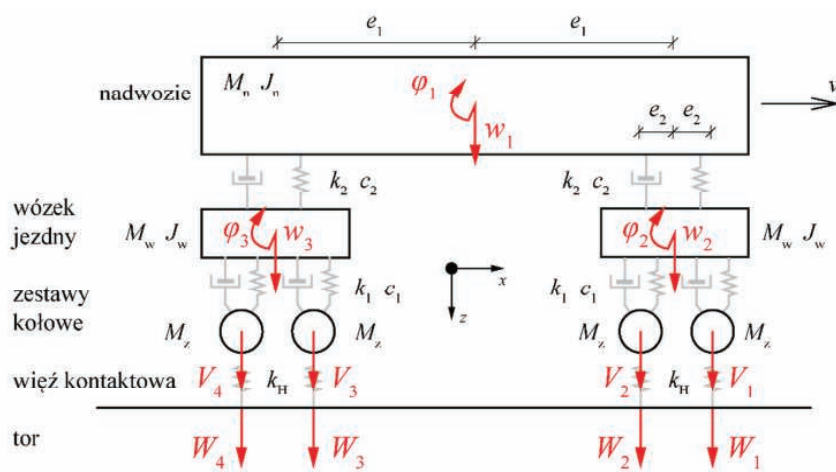
Założono sztywny sprzęg pomiędzy pojazdami w kierunku podłużnym. W chwili początkowej $t = 0$ czoło pociągu znajduje się w lewym skrajnym punkcie podatnego odcinka toru, o współrzędnej $x = 0$. Pojazdy wjeżdżające na badany odcinek toru znajdują się w stanie równowagi statycznej, co oznacza, że wszystkie odkształcalne więzi pojazdu uległy deformacji spowodowanej ciężarem własnym elementów konstrukcyjnych pociągu, przekazanym przez więź kontaktową na tor niepodatny. Przemieszczenia dynamiczne pojazdu zaznaczone na rysunku 2 są mierzone od statycznie zrównoważonej konfiguracji odniesienia.

Tor kolejowy zdefiniowano jako belkę Eulera-Bernoulliego spoczywającą na odkształcalnym podłożu sprężystym typu Winklera, z tłumieniem. Parametry podłoża, tj. współczynnik sprężystości k i tłumienia c są stałe. Belka jest pryzmatyczna, inercyjna, idealnie prostoliniowa, zastępuje oba toki szynowe. Materiał belki jest liniowo-sprężysty. Uwzględniono tłumienie wynikające z reologicznych cech materiału szyn, zgodnie z modelem Voigta-Kelvina.

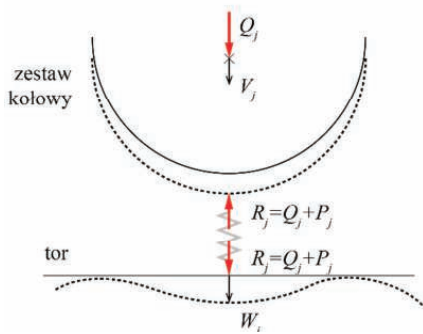
Na rysunku 3 przedstawiono siły działające na styku j -tego zestawu kołowego z szyną oraz przemieszczenia dynamiczne podukładów w punkcie styku: przemieszczenie dynamiczne zestawu kołowego $V_j(t)$ i przemieszczenie toru $W_j(t)$. Z rysunku wynika, że tor jest obciążony reakcją więzi kon-



1. Poglądowy schemat układu pociąg-tor



2. Model dynamiczny pojazdu



3. Bilans sił na styku zestawu kołowego z torem

taktowej $R_j(t) = Q_j + P_j(t)$, składającą się ze statycznego nacisku osiowego Q_j i siły dynamicznej interakcji między podukładami $P_j(t)$. Na zestaw kołowy, oprócz reakcji więzi $R_j(t)$ działa przeciwnie do niej skierowana siła statyczna Q_j , czyli ciężar pojazdu przypadający na oś. Wynika stąd, że w równaniu ruchu pojazdu

$$\mathbf{B}_v \ddot{\mathbf{v}}_{i_v} + \mathbf{C}_v \dot{\mathbf{v}}_{i_v} + \mathbf{K}_v \mathbf{v}_{i_v} = \tilde{\mathbf{F}}_{i_v} \quad (1)$$

nie występują statyczne naciski osiowe. Pojazd jest obciążony tylko siłami wzajemnego dynamicznego oddziaływania toru i pojazdu, które są dynamicznymi komponentami reakcji więzi kontaktowych

$$P_j(t) = k_H [V_j(t) - W_j(t)] \quad (2)$$

Równanie ruchu (1) wyprowadzono metodologią typową dla układów dyskretnych, tj. na podstawie bilansu energetycznego i równań Lagrange'a. Szczegóły wyprowadzenia można znaleźć w pracy [7]. Wektor przemieszczeń uogólnionych pojazdu $\mathbf{v}_{i_v} = \text{col}(\mathbf{r}_{i_v}, \mathbf{V}_{i_v})$ podzielono tu na dwa bloki $\mathbf{r}_{i_v} = [w_1, w_2, w_3, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3]_{i_v}^T$ i $\mathbf{V}_{i_v} = [V_1, V_2, V_3, V]_{i_v}^T$ (por. z rysunkiem 2), co ułatwia procedurę agregacji równań (1) zapisanych dla kolejnych pojazdów $i_v = 1, 2, \dots, N_v$. Symbol „col” oznacza macierz kolumnową złożoną z bloków wektorowych a $(\cdot)^T$ operację transpozycji. Indeks i_v określa numer pojazdu liczony od czoła pociągu, zatem liczba osi pociągu wynosi $N = 4N_v$ oraz $j = 1, 2, \dots, N$.

Stosując procedurę agregacji opisaną w [7], otrzymuje się równanie drgań zestawu N_v pojazdów, wzbudzanych kinematycznie pionowymi drganiami toru

$$\mathbf{B}_{pp} \ddot{\mathbf{q}}_p + \mathbf{C}_{pp} \dot{\mathbf{q}}_p + \mathbf{K}_{pp} \mathbf{q}_p = \tilde{\mathbf{F}}_p \quad (3)$$

Aby ułatwić zapis matematyczny sprzężenia równania (3) z równaniem drgań toru, w wektorze przemieszczeń uogólnionych $\mathbf{q}_p = \text{col}(\mathbf{r}, \mathbf{V}_o)$ wyróżniono dwa bloki: $\mathbf{r} = \text{col}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_{N_v})$ i $\mathbf{V}_o = \text{col}(\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \dots, \mathbf{V}_{N_v})$, przy czym łatwo zauważyć, że w bloku \mathbf{V}_o są zgrupowane przemieszczenia wszystkich kolejnych zestawów kołowych. Po wprowadzeniu ciągłej numeracji $j = 1, 2, \dots, N$ można zapisać $\mathbf{V}_o = [V_1, V_2, \dots, V_N]^T$. Wektor prawej strony równania (3) jest postaci

$$\tilde{\mathbf{F}}_p(t) = \text{col}(\emptyset, \{k_H\} \mathbf{W}_o),$$

gdzie symbol \emptyset oznacza wektor zerowy o rozmiarze $6N_v$, $\{k_H\} = \text{diag}(k_{H1}, k_{H2}, \dots, k_{HN})$ jest macierzą diagonalną o rozmiarze N , a wektor $\mathbf{W}_o = [W_1, W_2, \dots, W_N]^T$ gromadzi przemieszczenia toru w punktach styku z kolejnymi zestawami kołowymi – tzw. przemieszczenia śledzące [8].

Równanie (3) jest sprzężone poprzez przemieszczenia śledzące \mathbf{W}_o z macierzowym równaniem ruchu toru

$$\mathbf{B}_{tt} \ddot{\mathbf{q}}_t + \mathbf{C}_{tt} \dot{\mathbf{q}}_t + \mathbf{K}_{tt} \mathbf{q}_t = \tilde{\mathbf{F}}_t \quad (4)$$

które wyprowadzono na podstawie znanego równania drgań giętych belki Eulera-Bernoulliego, obciążonej zbiorem ruchomych sił

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + c \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} + k w(x,t) = \sum_{j=1}^N R_j(t) \delta(x - s_j) \quad (5)$$

$R_j(t) = Q_j + P_j(t)$ jest tu reakcją więzi kontaktowej Hertz'a, a funkcja $s_j(t) = vt - d_j$ opisuje położenie j -tego zestawu kołowego w chwili t , przy czym d_j jest odległością osi j -tego zestawu kołowego od czoła pociągu. Aby równanie (5) przekształcić do postaci (4), zastosowano metodę elementów skończonych w ujęciu Galerkinia (ang. *GFEM*). Procedura tego przekształcenia bazuje na rozwiązaniach sformułowanych w pracach [9], [10] i jest szczegółowo opisana w pracy [7].

Po wyznaczeniu jawnej postaci wektorów prawych stron równa-

niach (3) i (4), można zapisać te równania łącznie w następującej postaci blokowej

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{rr} & \mathbf{B}_{ro} & \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{or} & \mathbf{B}_{oo} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{B}_{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{r}} \\ \dot{\mathbf{V}}_o \\ \dot{\mathbf{q}}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{rr} & \mathbf{C}_{ro} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{or} & \mathbf{C}_{oo} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{V}_o \\ \mathbf{q}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{rr} & \mathbf{K}_{ro} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{or} & \mathbf{K}_{oo} & -\tilde{\mathbf{K}}_{ot} \\ \mathbf{0} & -\tilde{\mathbf{K}}_{to} & \mathbf{K}_{tt} + \tilde{\mathbf{K}}_{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{V}_o \\ \mathbf{q}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \tilde{\mathbf{F}}_Q \end{bmatrix} \quad (6)$$

gdzie nadpisana tylda wyróżnia macierze i wektory zależne od czasu, przy czym nie zaznaczono w ten sam sposób oczywistej zależności od czasu wektorów przemieszczeń uogólnionych $\mathbf{r}(t)$ i $\mathbf{V}_o(t)$ oraz współrzędnych uogólnionych $\mathbf{q}_t(t)$. Formuły określające poszczególne bloki macierzy współczynników i prawej strony równania (6) są podane w pracy [7].

Metoda symulacji drgań opisanego wyżej układu pociąg-tor opiera się na rozwiązaniu sprzężonego systemu równań różniczkowych zwyczajnych drugiego rzędu (6), który można zapisać zbiorczo w następującej postaci ogólnej

$$\mathbf{B} \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}(t) \mathbf{q}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (7)$$

Aby ocenić wpływ wprowadzenia dwustronnej więzi kontaktowej typu Hertz'a do modelu obliczeniowego rozważanego układu, sformułowano alternatywny, porównawczy model obliczeniowy zastępując podatną więź kontaktową przez więź sztywną. Ten najprostszy, sztywny model kontaktu koło-szyna, często stosowany w literaturze (por. [6]), prowadzi do zgodności przemieszczeń toru i zestawów kołowych w punktach styku. W tym przypadku należy przyjąć, że $\mathbf{V}_o = \mathbf{W}_o$, a wtedy równanie ruchu układu pociąg-tor ma inną postać ogólną

$$\mathbf{B}(t) \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}(t) \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}(t) \mathbf{q}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (8)$$

i blokową

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{rr} & \tilde{\mathbf{B}}_{rt} \\ \tilde{\mathbf{B}}_{tr} & \mathbf{B}_{tt} + \tilde{\mathbf{B}}_{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{r}} \\ \dot{\mathbf{q}}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{rr} & \tilde{\mathbf{C}}_{rt} \\ \tilde{\mathbf{C}}_{tr} & \mathbf{C}_{tt} + \tilde{\mathbf{C}}_{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{q}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{rr} & \tilde{\mathbf{K}}_{rt} \\ \tilde{\mathbf{K}}_{tr} & \mathbf{K}_{tt} + \tilde{\mathbf{K}}_{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{q}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \tilde{\mathbf{F}}_Q \end{bmatrix} \quad (9)$$

Liczba równań różniczkowych zmniejsza się o N w porównaniu z układem równań ruchu (7), co istotnie skraca

czas obliczeń, mimo tego, że stopień złożoności obliczeniowej algorytmu rośnie wskutek pojawienia się dodatkowych, zależnych od czasu bloków w macierzy bezwładności i tłumienia.

Wyniki analizy numerycznej

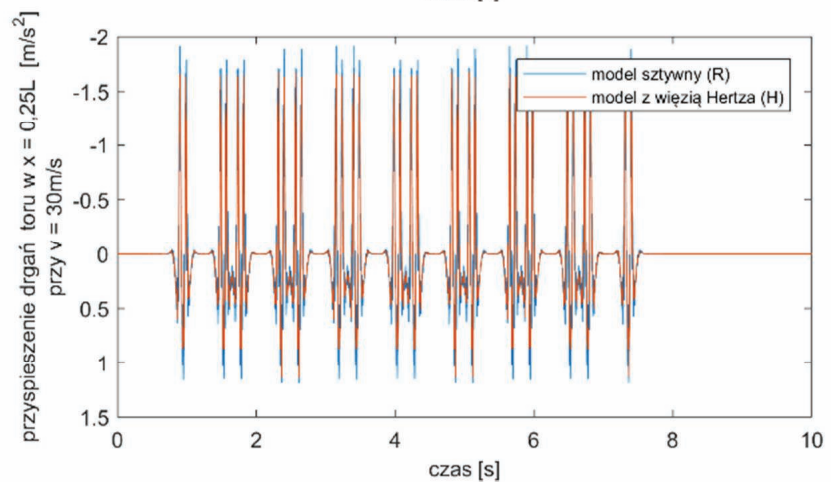
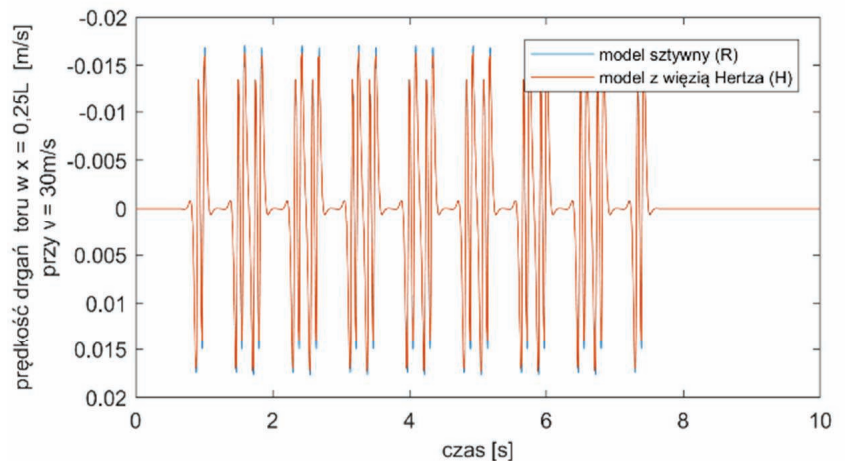
W celu przeprowadzenia analiz numerycznych opracowano w środowisku programistycznym MATLAB dwa alternatywne algorytmy obliczeniowe bazujące odpowiednio na równaniach (7) i (8). W obu algorytmach zastosowano do całkowania równań ruchu metodę Newmarka z parametrem $\beta = \frac{1}{4}$ zapewniającym bezwarunkową stabilność metody. Do obliczeń przyjęto dane wejściowe wzorowane na pracy [9], przy czym do analiz przyjęto dłuższy odcinek toru, tj. odcinek o długości 100 m. Współczynniki sprężystości i tłumienia podłoża toru wynoszą odpowiednio: $k = 1,1 \cdot 10^8$ N/m², $c = 2,8667 \cdot 10^5$ Ns/m², sztywność giętnej belki modelującej dwa toki szynowe wynosi $EJ = 1,2831 \cdot 10^7$ Nm² a jej masa jednostkowa $m = 1,21 \cdot 10^2$ kg/m. W obliczeniach uwzględniono tłumienie materiałowe w szynach z czasem retardacji $2,1 \cdot 10^{-5}$ s. Drgania toru są wzbudzane przejazdem pociągu typu Shinkansen, który składa się z ośmiu 25-metrowych powtarzalnych pojazdów. Rozstawy osi pociągu, parametry masowe i charakterystyki zawieszonych przyjęto według danych z monografii [11]. Sztywność podatnej więzi kontaktowej Hertz'a wariantowano, przyjmując za wartość bazową $k_H = 1,4 \cdot 10^8$ N/m (na podstawie [4] i [6]) a następnie $k_H = 1,4 \cdot 10^7$ N/m i $k_H = 1,4 \cdot 10^9$ N/m. Odcinek toru podzielono na 200 elementów skończonych o jednakowej długości, do numerycznego całkowania przyjęto krok 0,0001 s.

Analizie poddano przemieszczenia, prędkości i przyspieszenia drgań nadwozia pierwszego z ośmiu pojazdów i przedniego wózka jezdnego pierwszego pojazdu, a także toru w trzech punktach: w $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ i $\frac{3}{4}$ długości badanego odcinka. Symulacje wykonano za pomocą dwóch omówionych wcześniej algorytmów obliczeniowych, przy różnych prędkościach przejazdowych pociągu: 30, 60 i 90 m/s (108, 216 i 324 km/h), oceniając wpływ podatności więzi kontaktowej

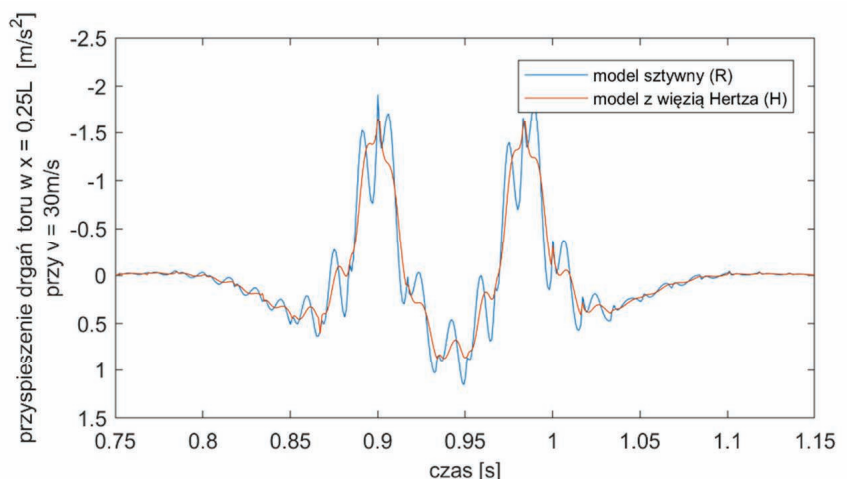
na symulacje drgań układu. Stwierdzono, że wpływ ten nie zależy istotnie od przyjętej prędkości przejazdowej pociągu, zatem na kolejnych rysunkach pokazano tylko wyniki przykładowe, dotyczące prędkości 30 m/s. Ponadto okazało się, że przyjęcie podatnej więzi kontaktowej o typowej sztywności $k_H = 1,4 \cdot 10^8$ N/m, zamiast więzi sztywnej nie wpływa w sposób widoczny na przebiegi przemieszczeń toru, a wnioski dotyczące prędkości i przyspieszeń drgań nie zależą od wyboru przekroju

toru. Z tego powodu, na rysunku 4 przedstawiono tylko przebiegi prędkości i przyspieszenia drgań w przekroju $x = 0,25L$.

Analiza wykresów przedstawionych na rysunku 4 prowadzi do wniosku, że zastosowanie podatnej więzi Hertz'a na styku zestawów kołowych z torem, zamiast więzi sztywnej, powoduje nieznaczne różnice między rozwiązaniami, polegające na niewielkiej redukcji wartości pików i wygładzeniu form przebiegów. Dokładniej obrazuje to



4. Prędkości i przyspieszenia drgań toru w przekroju $x = 0,25L$



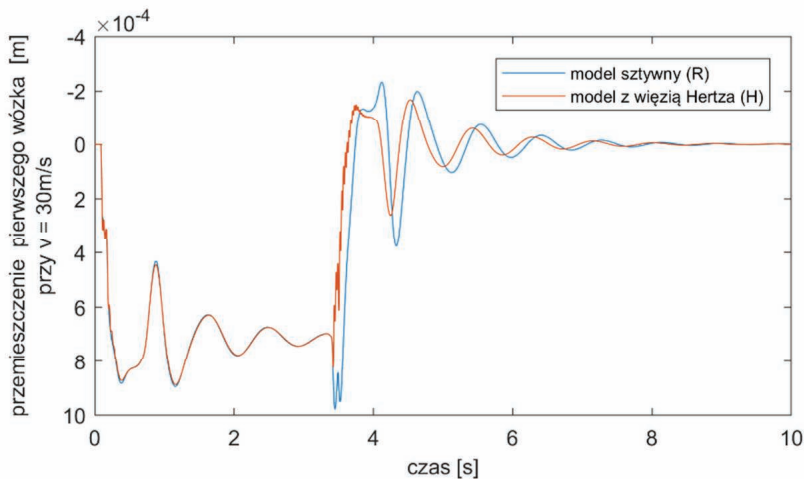
5. Fragment przebiegów przyspieszenia drgań toru w przekroju $x = 0,25L$

rysunek 5, na którym pokazano wybrany fragment przebiegów przyspieszeń. Na rysunku 6 pokazano przebiegi pionowych drgań przedniego wózka jezdnego pierwszej jednostki powtarzalnej pociągu, a na rysunku 7 – przyspieszenia pionowych drgań nadwozia tego pojazdu. Dominujący wpływ na kształt przedstawionych wykresów ma zaistniały w początkowej i końcowej fazie ruchu efekt progowy,

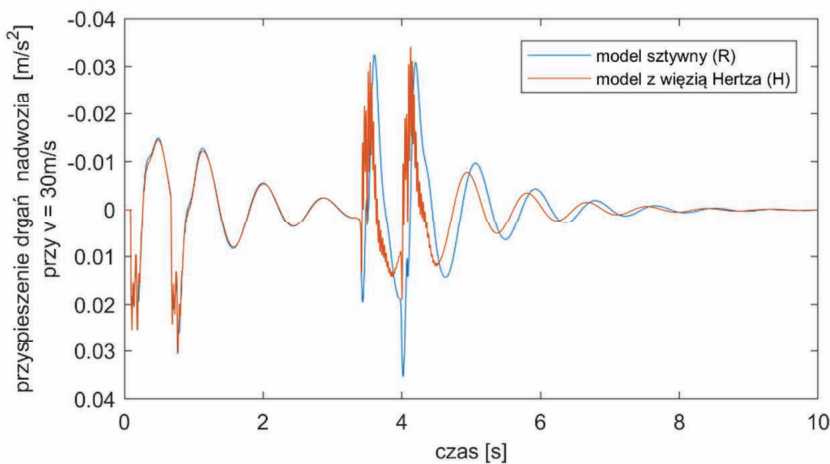
wynikający z wjazdu na odkształcalny odcinek toru i zjazdu z tego odcinka. Przejazd przez odkształcalny odcinek toru z prędkością 30 m/s trwa 3,33 s, a następnie pojazd ponownie wjeżdża na tor całkowicie nieodkształcalny, gdzie po krótkim okresie przejściowym wykonuje gasnące drgania swobodne. W okresie przejściowym, w drganiach wózka ujawnia się efekt wjazdu drugiej osi wózka na tor nieod-

kształcalny a także efekt wjazdu drugiego wózka tego samego pojazdu. W przypadku przyspieszeń drgań nadwozia, wyraźnie widoczny jest tylko efekt wjazdu drugiego wózka. Podobnie są ukształtowane rozwiązania w początkowej fazie ruchu pojazdu, ale efekt progowy jest mniejszy m. in. dlatego, że w chwili wjazdu na odkształcalny odcinek toru przemieszczenia dynamiczne pojazdu i ich prędkości są zerowe.

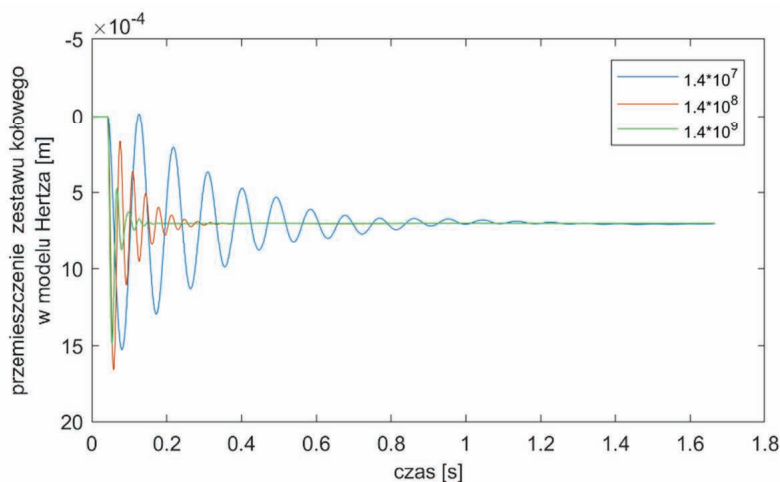
W przeciwieństwie do początkowej fazy ruchu, po zjeździe pojazdu z odkształcalnego odcinka toru obserwujemy widoczne różnice między rozwiązaniami wyznaczonymi z zastosowaniem podatnej i sztywnej więzi kontaktowej. Zarówno w przypadku przemieszczeń wózka jak i przyspieszeń nadwozia, wprowadzenie do modelu obliczeniowego odkształcalnych więzi kontaktowych skutkuje zmniejszeniem amplitud oraz przesunięciem fazowym przebiegów (rysunki 6 i 7). Ponadto, w przebiegach drgań pojawiają się dodatkowe oscylacje wysokoczęstotliwościowe, które wynikają z lokalnych drgań zestawów kołowych. Na rysunku 8 pokazano przykładowe przebiegi tych drgań, wygenerowane przy trzech różnych sztywnościach więzi Hertz'a i prędkości przejazdowej 60 m/s. Towarzyszące im przebiegi pionowych drgań pierwszego wózka jezdnego przedstawiono na rysunku 9. Można zauważyć, że im większa jest sztywność więzi kontaktowej tym mniejszy jest okres drgań swobodnych i szybciej zanikają lokalne drgania zestawu kołowego. Przemieszczenie dynamiczne zestawu kołowego ustala się, podobnie jak przemieszczenie śledzące toru (por. [9]). Ponadto, jak stwierdzono na podstawie rysunku 9, sztywność więzi kontaktowej nie może być dobrana zbyt mała, ponieważ może to prowadzić do zdegenerowania (przeszacowania) przebiegów drgań pojazdu a stąd i toru. Przyjęcie wartości $k_H = 1,4 \cdot 10^8$ N/m zalecaniej w literaturze [4] wydaje się rozsądnym kompromisem, ponieważ daje wyniki nie różniące się znacząco od uzyskanych przy zastosowaniu więzi sztywnej (rysunki 4-7) a równocześnie pozostawia swobodę pionowego ruchu zestawów kołowych.



6. Pionowe drgania przedniego wózka jezdnego w pierwszym pojeździe



7. Przyspieszenia drgań nadwozia pierwszego pojazdu

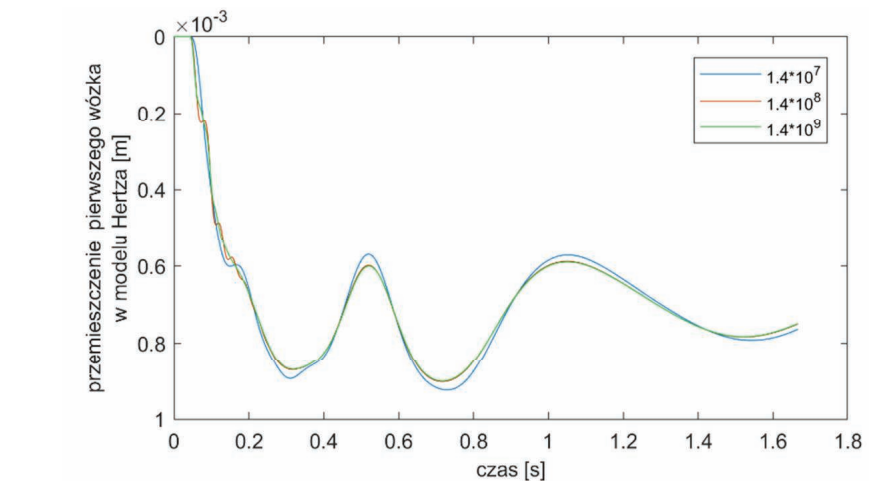


8. Drgania przedniego zestawu kołowego w pierwszym pojeździe, w zależności od sztywności więzi kontaktowej Hertz'a

Podsumowanie

W pracy przedstawiono i porównano dwie metody symulacji drgań układu pociąg-tor, różniące się zastosowanym modelem kontaktu koło-szyna. W pierwszej metodzie zastosowano model w postaci dwustronnej, podatnej więzi kontaktowej typu Hertz'a, w drugiej – model w postaci więzi nieodkształcalnej. W obu metodach przyjęto płaski model obliczeniowy układu, złożony z belki Eulera-Bernoulliego spoczywającej na podłożu sprężysto-tłumiącym typu Winklera i zestawu pojazdów szynowych z dwustopniowym zawieszeniem, modelowanych układami dynamicznymi o dziesięciu stopniach swobody. Przedstawiono wyniki analiz numerycznych, których celem było określenie wpływu uwzględnienia podatności dwustronnych więzi kontaktowych na wyniki symulacji drgań rozważanego układu. Stwierdzono, że zastąpienie sztywnych więzi kontaktowych przez dwustronne więzi podatne typu Hertz'a o typowej sztywności zalecanej w literaturze, nie ma wpływu na symulacje drgań toru a wpływ na symulacje przyspieszeń jest nieznaczny, niezależnie od prędkości przejazdowej. Widocznym skutkiem jest natomiast niewielka redukcja pików oscylacji przemieszczeń i przyspieszeń elementów konstrukcyjnych pojazdu. Wynika stąd, że rozwiązania dla pojazdu, wyznaczone przy założeniu sztywnych więzi kontaktowych są rozwiązaniami konserwatywnymi, czyli korzystnymi z punktu widzenia bezpieczeństwa w projektowaniu konstrukcji. Stosowanie dwustronnych więzi Hertz'a w modelu obliczeniowym układu pociąg-tor, często praktykowane we współczesnej literaturze, nie ma zatem istotnego uzasadnienia.

Wprowadzenie więzi podatnych na stykach kół z szynami jest uzasadnione wtedy, gdy więzi te są traktowane jako jednostronne, tzn. nie przenoszące rozciągania. Pozwalają one uwzględnić chwilowe odrywanie zestawów kołowych od toru, które pojawiają się m. in. przy dużych prędkościach przejazdowych powodujących duże przyspieszenia drgań toru i zestawów kołowych ([9]). Należy przypuszczać, że efekty dynamiczne wynikające z



9. Pionowe drgania przedniego wózka jezdnego w pierwszym pojeździe, w zależności od sztywności więzi kontaktowej Hertz'a

chwilowej utraty kontaktu koło-szyna mogą być znaczące. Ten problem będzie przedmiotem dalszych badań autorów, które będą prowadzone za pomocą metody symulacyjnej przedstawionej w tej pracy, po niewielkich jej modyfikacjach. Wprowadzone modyfikacje metody umożliwią obserwowanie reakcji każdej podatnej więzi kontaktowej w każdym kroku obliczeniowym, i przyjęcie zerowej sztywności tej więzi w przypadku jej rozciągania. Niniejszą pracą należy potraktować jako pierwszy etap badań prowadzących do oceny wpływu odrywania powierzchni toczonej kół od szyn na odpowiedź dynamiczną układu pociąg-tor. Warto podkreślić, że badania numeryczne przedstawione w tej pracy wykazały już, że metoda symulacyjna działa poprawnie w strefach pełnego kontaktu kół z szynami, jeśli sztywność wirtualnej więzi kontaktowej jest właściwie dobrana. ◀

Materiały źródłowe

[1] Kalker J. J., Review of wheel-rail rolling contact theories, the general problem of rolling contact, Applied Mechanics Division (ASME, New York), 40, 1980, 77-92.
 [2] Garg V.K., Dukkipati R.V., Dynamics of railway vehicle systems, Academic Press, New York, 1984.
 [3] Bosso N., Spiriyagin M., Gugliotta A., Somá A., Mechatronic Modeling of Real-Time Wheel-Rail Contact, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2013.

[4] Esveld C., Modern Railway Track, MRT-Productions, The Netherlands, 2014.
 [5] Romero A., Galvín P., Domínguez J., A time domain analysis of train induced vibrations, Earthquakes and Structures, 3(3), 2012, 297-313.
 [6] Podwórna M., Kłasztorny M., Wpływ cech pojazdów szynowych na odpowiedź dynamiczną mostu belkowego, Drogi i Mosty, 3, 2011, 63-87.
 [7] Chojnacki W., Więż kontaktowa typu Hertz'a w symulacjach numerycznych drgań układu pociąg – tor, Praca magisterska WBLiW PWR, 2018.
 [8] Langer J., Dynamika budowli, Wyd. Polit. Wrocław, Wrocław, 1980.
 [9] Bryja, D., Gisterek, I., Popiołek, A., Analiza numeryczna wpływu nierówności progowej na drgania toru kolejowego spowodowane przejazdem pociągu dużych prędkości, Inżynieria i Budownictwo, 71(10), 2015, 532-536.
 [10] Bryja D., Hołubowski R., Modelowanie belkowych mostów kolejowych z zastosowaniem metody GFEM. Część I. Sformułowanie teoretyczne, Zeszyty Naukowe Polit. Rzeszowskiej nr 283, seria Budownictwo i Inżynieria Środowiska, z. 59, 2012, 5-19.
 [11] Kłasztorny M., Dynamika mostów belkowych obciążonych pociągami szybkojezdnymi, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 2005.